BROCHURE IREM MONTPELLIER 2021

CALCUL SOUS VINGT : UN DISPOSITIF INNOVANT D'ENSEIGNEMENT ET D'APPRENTISSAGE AU CE1

BAYLE Sonia, Référente Mathématiques de Circonscription, Professeur des écoles
GASTAL Sophie, Référente Mathématiques de Circonscription, Professeur des écoles
MOREAU Alain, Chargé de mission de formation, Professeur des écoles
RINALDI Anne-Marie, Maîtresse de Conférences, Université Paul Valéry Montpellier3, Laboratoire de recherche LIRDEF Montpellier

Avant-propos

Cette brochure est le résultat d'un travail collaboratif conduit dans un groupe IREM de l'académie de Montpellier depuis 2019. A l'initiative du projet, la volonté d'une chercheuse en didactique des mathématiques, forte de son expertise sur l'enseignement et l'apprentissage du calcul soustractif en deuxième année de cours élémentaire[1], de questionner la pratique du calcul en amont, et la rencontre, organisée par la directrice de l'IREM, Anne Cortella avec une équipe d'enseignants[2] de grande section (GS), de cours préparatoire (CP) et de cours élémentaire première année (CE1) investis dans leurs écoles, dans leurs circonscriptions et dans la formation des enseignants.

Au départ, un parti-pris, celui de concevoir une progression qui amènerait les élèves à fréquenter des techniques de calcul sur les nombres inférieurs à dix, et qui permettrait, à terme, de limiter la pratique du comptage avec ou sans l'aide des doigts.

Très vite, un rythme soutenu et de nombreux échanges pour élaborer les *scénarii*, tester la robustesse des situations mises en œuvre en GS et en CE1, affiner les propositions, programmer et organiser l'étude des décompositions de nombres en GS et l'étude du calcul sous vingt en CE1.

Pour finir, une année 2020-2021, consacrée à rendre opérationnel le dispositif d'enseignement conçu pour le CE1 et à analyser ses répercussions sur l'apprentissage des élèves de deux classes, une classe de REP + et une classe de CP/CE1.

Une année riche en rencontres. Nous tenons à remercier Monsieur Vincent Pantaloni et Mesdames Christine Chambris et Agnès Batton,[3] qui nous ont permis, d'exposer nos travaux recherche en cours, dans une formation destinée aux référents mathématiques de l'académie de Versailles. Nous tenons également à remercier le groupe départemental de formation continue de l'Hérault et plus particulièrement Mesdames Karin Gavignet Rosette et Corinne Gruel[4] ainsi que le groupe IREM 1er degré, coordonné par Floriane Wozniak et Anne Cortella[5] de nous avoir invité à exposer notre démarche.

Ces nombreux échanges entre professionnels de l'éducation, ont permis de questionner l'usage du matériel de dénombrement, du modèle en barre en résolution de problèmes et en calcul.

---

[1]Rinaldi, A.-M. (2016). Place et rôle des technologies dans l'enseignement et l'apprentissage du calcul soustractif en CE2 : proposition d'ingénierie. Thèse de doctorat. Université Sorbonne Paris Cité. Université Paris Diderot. Disponible en ligne : https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-01470473/ (consulté le 21/07/ 2021)

[2]Nathalie Lecointe (GS), PEMF École maternelle Virginia Woolf 34000 Montpellier ; Pauline Polge (GS), PEMF École maternelle Pauline Kergomard 34000 Montpellier ; Sophie Gastal (CP), PEMF École Boulloche 34000 Montpellier ; Bérangère Laurent (CP), PE École Heidelberg 34000 Montpellier ; Sonia Bayle (CE1), PEMF École André Boulloche 34000 Montpellier ; Alain Moreau (CE1), PEMF École Daviler 34000 Montpellier.

[3] M. Vincent Pantaloni, IPR-IA Académie Versailles ; Mme Christine Chambris, maîtresse de conférence, Université de Cergy-Pontoise ; Madame Agnès Batton, PRAG Université de Cergy-Pontoise.

[4] Mme Karin Gavignet Rosette, IEN CCPD Lodève ; Mme Corinne GRUEL, CPD Mathématiques, Hérault.

[5] Mme Floriane Wozniak, professeur des universités, université de Toulouse2 Jean Jaures ; Mme Anne Cortella, maîtresse de conférence, Université de Montpellier.

Ils ont produit un éclairage théorique et didactique pour relever trois défis actuels : connaître les faits numériques ; appliquer les techniques de calcul ; raisonner pour faire preuve d'adaptabilité.

C'est dans le but de partager notre expérience, que nous vous livrons cette brochure écrite à quatre mains. Nous espérons que les formateurs, les enseignants du premier degré seront nombreux à l'utiliser et à l'adapter en fonction de leurs besoins. Nous attendons des retours et restons attentifs à d'autres propositions qui viendraient enrichir nos analyses[6].

[6] anne-marie.rinaldi@univ-montp3.fr, alain.moreau1@ac-montpellier.fr, sophie.gastal@ac-montpellier.fr, sonia.bayle@ac-montpellier.fr

Table des matières

Fondements du calcul sous vingt

Dispositif d'enseignement

Séquences d'enseignement

Matériel à photocopier

Fondements du calcul sous vingt

I Introduction

De multiples études révèlent que le fait de reconstruire ou récupérer directement un ensemble de résultats additifs et soustractifs sur des nombres inférieurs ou égaux à dix, est nécessaire au développement de compétences en arithmétique, à la fois sur le versant de la compréhension des nombres et des opérations. Mais, on sait aussi que beaucoup de jeunes enfants vont avoir du mal à abandonner l'usage du comptage à l'aide des doigts au profit d'autres stratégies de calcul et au profit de la récupération en mémoire de résultats. De ces constats, sont tirées nos questions de recherche sur l'enseignement et l'apprentissage du calcul sous vingt, en première année du cours élémentaire (CE1), pour des élèves âgés de 7 à 8 ans.

Sur quels savoirs institués dès la maternelle (GS) et consolidés au cours préparatoire (CP) peut-on s'appuyer pour construire solidement le répertoire des résultats additifs et soustractifs sous vingt en CE1 ($R \leq 20$) ?

Mais pour motiver la construction de ce répertoire ($R \leq 20$), ne faut-il pas instituer un ensemble de techniques qui justifient l'utilisation de ce répertoire car elles s'appuient sur la décomposition et recomposition des nombres ?

Ces questions nous ont amenée à préciser les attentes institutionnelles sur l'enseignement du calcul, à analyser les savoirs mathématiques en jeu et à synthétiser un ensemble de travaux conduits en psychologie cognitive sur l'apprentissage du calcul par de jeunes enfants. De ces fondements théoriques, nous déduisons nos hypothèses de recherche. Hypothèses qui serviront à concevoir un dispositif d'enseignement innovant que nous présentons dans la deuxième partie de la brochure.

II De fortes attentes institutionnelles

De nombreux documents dont les programmes (2018, 2020)[7], les repères annuels de progression en mathématiques au cycle 2 (arrêté du 17-7-2018)[8] et encore plus récemment le guide pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmesau CP (2021)[9],précisent les orientations, les priorités, les compétences et connaissances à développer dans le domaine des mathématiques à l'école élémentaire.

Tous s'accordent sur la place centrale à accorder au calcul comme l'atteste cette citation extraite de la page de présentation du cadre général sur l'enseignement des fondamentaux[10]:

> *« L'apprentissage du calcul est à la base du raisonnement mathématique. Il est donc indispensable de donner le sens des quatre opérations dès la classe de cours préparatoire et de travailler les automatismes de calcul des élèves pour faciliter la résolution des problèmes. »*

Pour mieux appréhender ce que les auteurs entendent par « automatismes de calcul », nous avons consulté les livrets et les guides d'évaluation de début d'année au CE1 (2020)[11]et cherché à analyser plus particulièrement les tâches proposées en calcul mental. L'exercice 12 de la séquence 4 demande à l'élève « de calculer mentalement des additions[12] de deux nombres inférieurs à 10 puis d'entourer la bonne réponse parmi 6 propositions ».En se référant aux premiers résultats publiés par la direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance (DEPP)[13], nous constatons que la part des élèves se trouvant sous le seuil 1 donc qualifié de « à besoin » ne représente que 7% de l'échantillon total, que la part des élèves qualifiés de « fragiles » est de 17,1% et que la part des élèves étant au niveau du seuil 2 est de 75,9%.

A première lecture, ces résultats semblent assez satisfaisants. Nous pouvons cependant, avoir une certaine réserve,au regard des consignes de passation données aux enseignants : « laisser 10 secondes par calcul, avant de lire le suivant. » Ce temps est en effet assez long, pour permettre à un élèvede compter à l'aide de ses doigts. Or, si nous nous référons au guide pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP (page 70-page71) on peut lire que :

> *« ... L'enjeu pour le professeur est de conduire chacun de ses élèves, dans le respect de son rythme, à abandonner et dépasser l'usage des doigts au profit d'autres procédures de calcul mental. »*

---

[7]Bulletin officiel n°30 du 26-à7-2018 et Bulletin officiel n°31 du 30-07-2020

[8]https://www.education.gouv.fr/bo/19/Hebdo22/MENE1913283N.htm consulté le 11juillet 2021

[9]https://eduscol.education.fr/1486/apprentissages-au-cp-et-au-ce1 consulté le 11 juillet 2021

[10]https://www.education.gouv.fr/4-priorites-pour-renforcer-la-maitrise-des-fondamentaux-9056- consulté le 11 juillet 2021

[11]https://ien-epinay.circo.ac-creteil.fr/IMG/pdf/20ce1p_guide_1318850-2.pdf consulté le 11 juillet 2021

[12]Les calculs donnés à l'oral sont 4+3, 5+4, 2+6, 4+7, 8+6, 4+9, 6+4, 5+8, 8+7.

[13]https://www.education.gouv.fr/evaluations-2020-reperes-cp-ce1-premiers-resultats-307122

Pour appuyer cette nécessité d'abandonner et de dépasser l'usage des doigts, au profil d'autres procédures, notamment sur des nombres inférieurs ou égaux à dix, nous évoquons l'importance d'introduire, sur un plan mathématique, un domaine que nous nommons « calcul sous-vingt » et dont nous brossons les principales caractéristiques au paragraphe suivant.

III Le calcul sous vingt : un ensemble de domaines de l'arithmétique

Le calcul sous vingt s'applique à des nombres entiers inférieurs ou égaux à dix. La plus grande somme que l'on puisse obtenir est dix plus dix soit vingt. Une des caractéristiques des nombres entiers inférieurs à vingt,est qu'il est relativement facile de les représenter grâce à des configurations de doigts, des dessins, des schémas ; sur ces dessins, ces schémas, on peut éventuellement « montrer » que onze égal dix plus un et que chaque nombre compris entre dix et dix-neuf correspond à dix plus « … » avec « … » compris entre zéro et neuf.

Par ailleurs, le calcul sous vingt trouve son sens et son utilité, car il permet de résoudre les problèmes additifs,selon la classification de Vergnaud (1989),[14]en opérant directement sur les nombres inférieurs ou égaux à dix au moyen de l'addition et la soustraction. Les résultats des calculs, peu à peu mémorisés vont permettre ainsi de trouver, directement et mentalement, sans l'aide d'une manipulation effective d'objets, les résultats escomptés.

La figure 1 reprend l'idée du calcul sous-vingt englobant les nombres et la numération, les opérations et la résolution de problèmes. Elle montre, de surcroît que le calcul sous vingt a pour prolongements naturels : le calcul mental, le calcul en ligne et le calcul en colonne. Mais avant de développer la manière dont le calcul mental, le calcul en ligne et le calcul en colonne se nourrissent du calcul sous vingt, nous recensons précisément, dans le paragraphe suivant, l'ensemble des résultats dits « sous vingt » qui méritent d'être construits et mémorisés.

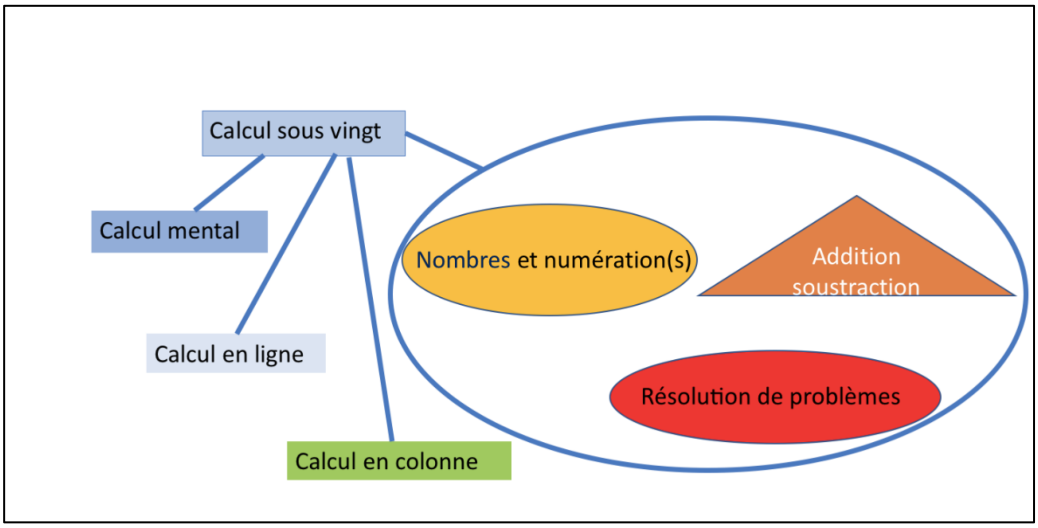


Figure 1 : le calcul sous vingt et ses prolongements naturels

[14]Vergnaud G. (1989). Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques : un exemple les structures additives. *Grand N, 38*, 21- 40.

IV Répertoires et faits numériques sous vingt

Nous définissons le répertoire additif et soustractif sous dix ($R \leq 10$),en identifiant tous les calculs qu'il est possible d'effectuer grâce à deux opérations, l'addition et la soustraction sur les onze premiers entiers naturels (zéro, un, deux, …dix) en éliminant les résultats qui donnent des nombres supérieurs au nombre dix. Nous montrons en quoi, cet ensemble de nombres peut être rangé - d'où l'idée de répertoire- dans ce qu'il est courant d'appeler les tables d'addition et en se référant à des triplets de nombres. Dans le prolongement de ce qui précède, nous étendons le répertoire additif sous dix au répertoire additif sous vingt ($R \leq 20$). Pour finir, nous précisons ce qu'il est usuel de nommer comme des faits numériques et montrons en quoi l'apprentissage de ces faits numériques est lié à l'apprentissage du répertoire additif et soustractif.

IV.1 Répertoire additif et soustractif sous dix (R≤ 10)

Le répertoire additif et soustractif contient des résultats qu'il est possible de désigner dans le registre de la langue parlée par des mots nombres et des expressions spécifiques telles que somme, décomposition additive, complément et différence, expressions qui renvoient à des calculs additifs et soustractifs. Dans le registre des mathématiques, ces mêmes résultats s'expriment au moyen de nombres écrits dans le système de numération décimale etd'écritures arithmétiques[15] de la forme$a + b = c$; $c = a + b$;$a - b = c$ et $c = b - a$, avec a, b et c entiers naturels.

C'est ainsi que le répertoire additif correspond à l'ensemble des résultats suivants :

— les résultats de la somme de deux termes a et b avec a et b permettant d'obtenir une somme inférieure ou égale à 10. Au moyen des écritures arithmétiques, a et b étant donné, on note ce résultat c sous la forme $a + b = c$.
— les décompositions additives d'un nombre c avec c inférieur ou égal à 10. Au moyen des écritures arithmétiques, un nombre c étant donné, le résultat consiste à chercher tous les nombres notés a et b tels que $c = a + b$.
— les compléments de a à b, avec a et b inférieurs ou égal à 10. Au moyen des écritures arithmétiques, le résultat consiste à chercher un nombre c tel que $a + c = b$. Quand ce nombre c existe, donc quanda estinférieur ou égal à b, il correspond à la différence entre b et a et se note au moyen de l'écriture arithmétique $b - a = c$.
— les résultats de la différence de a et b. Quand a est inférieur à 10 et b est inférieur à a, la différence c entre a et b se note au moyen de l'écriture arithmétique $a - b = c$.
— lesdoubles d'un nombre a avec a inférieur ou égal à 5. a étant donné, le double de a noté c correspond à la somme de a et a et se note$a + a = c$.

[15]A l'école primaire, il est difficile de voir le signe égal comme traduisant une relation d'équivalence entre deux expressions numériques et donc de lire indifféremment $\mathbf{a + b = c}$, de droite à gauche et de gauche à droite. Dans un premier temps, il est souhaitable de disposer de deux écritures $\mathbf{a + b = c}$ et $\mathbf{c = a + b}$, la première indiquant que c est la somme de a et b, la seconde indiquant que $\mathbf{a + b}$est une décomposition additive de c. Le signe égal indique alors l'annonce d'un résultat.

La liste de tous les résultats du répertoire $R_{\leq 10}$ bien que limitée est longue à établir. En revanche, le tableau présenté à la figure 1 où chaque case grisée située à l'intersection de la i^e ligne et de la j^e colonne, avec i et j nombres entiers compris entre 0 et 10, est obtenue en effectuant la somme de i et de j. C'est un outil heuristique qui permet de recenser et ranger les résultats.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
2	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
3	3	4	5	6	7	8	9	10			
4	4	5	6	7	8	9	10				
5	5	6	7	8	9	10					
6	6	7	8	9	10						
7	7	8	9	10							
8	8	9	10								
9	9	10									
10	10										

Figure 2 : outil heuristique associé au répertoire additif et soustractif sous dix (**$R_{\leq 10}$**)

La lecture de la figure 2 permet entre autres de revenir dans les paragraphes qui suivent sur les tables d'addition de a avec a nombre entier compris entre 0 et 10 et de préciser les différentes significations associées à un triplet de nombres (a, b, c) avec $a + b = c$.

IV.2 Tables d'addition

Dans la colonne et la ligne dont les trames de fond sont blanches, nous avons respectivement écrit de haut en bas et de gauche à droite les nombres de zéro à dix dans l'ordre croissant. Nous nous intéressons à l'ensemble des cases grisées. Cet ensemble peut se lire colonne par colonne, ligne par ligne ou case par case.

Dans les cases de la première colonne du tableau à double entrée, on trouve les résultats de la table de zéro, c'est-à-dire l'ensemble des résultats de la somme de a et de zéro avec a prenant les valeurs de 0, 1, 2, 3, etc., 10. Ces mêmes résultats se retrouvent dans la première ligne du tableau et correspondent à la somme de 0 et de a. L'addition étant commutative on obtient : $a + 0 = 0 + a = a$. Les résultats traduisent aussi le fait que le complément de a à a est 0 et le complément de 0 à a est a.

Dans les cases de la seconde colonne du tableau à double entrée, on trouve les dix premiers résultats de la table de un, c'est-à-dire l'ensemble des résultats de la somme de a et de 1 avec a prenant les valeurs de 0, 1, 2, 3, …etc., 9. Ces mêmes résultats se retrouvent dans la première ligne du tableau et correspondent à la somme de 1 et de a. L'addition étant commutative on obtient : $a + 1 = 1 + a$. Les résultats traduisent aussi le fait que le complément de a à a+1 est 1 et le complément de 1 à a+1 est a.

Dans les cases de la troisième colonne et de la troisième ligne du tableau à double entrée, on trouve les neuf premiers résultats de la table de deux. De proche en proche on peut lire les résultats de la table de trois, de quatre, …, etc., de dix.

IV.3 Triplets de nombres (a, b, c) avec a + b = c

Rappelons que le tableau à double entrée présenté à la figure 2a été renseigné en inscrivant dans la case c située à l'intersection de la i^e ligne et de j^e colonne la somme de i et de j avec i et j nombres entiers compris entre 0 et 10. Nous avons donc défini autant de triplets de nombres (i, j, c) avec i+j=c que de cases grisées.

L'intérêt de cet outil heuristique est d'obtenir directement tout un ensemble de résultats à partir de celui-ci.

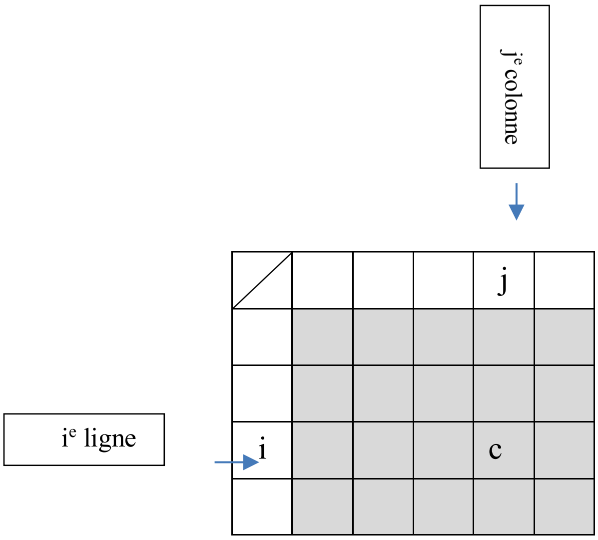


Figure 3 : triplet de nombres (i, j,c) avec$c = i + j$

- Si nous partons de la case c, nous retrouvons en lisant ces coordonnées i et j une décomposition additive de c. Nous écrivons :c = i + j
- Si nous cherchons le complément à i de c, nous trouvons directement j. Nous écrivons :i + j = c ou c − i = j
- Si nous cherchons le complément à j de c, nous trouvons directement i. j+i = c ou c − j = i
- Si nous cherchons la différence entre c et i, nous trouvons j. c − i = j
- Si nous cherchons la différence entre c et j, nous trouvons i. ou c − j = i

IV.4 Répertoire additif et soustractif sous vingt (R≤ 20)

Les résultats du répertoire additif et soustractif sous vingt s'obtiennent en identifiant tous les calculs qu'il est possible d'effectuer grâce à deux opérations, l'addition et la soustraction sur les onze premiers entiers naturels (zéro, un, deux, …dix). Pour énumérer tous les résultats du répertoire sous vingt, nous proposons l'outil heuristique présenté en figure 4. Par extension de la figure 2, on trouve par colonne, tous les résultats de chacune des tables d'addition de a avec a compris entre 0 et 10. A chaque case est associée un triplet de nombre (a, b, c) avec a + b = cqui permet d'énumérer des résultats se référant à la somme, à la recherche de complément et à la différence entre deux entiers naturels compris entre zéro et dix.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
4	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
5	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
6	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
7	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
10	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Figure 4 : outil heuristique associé au répertoire additif et soustractif sous dix ($R_{\leq 20}$)

IV.5 Faits numériques sous dix et sous vingt ($F_{\leq 10}$ et $F_{\leq 20}$)

La lecture du guide pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP (2020, p.57) propose une définition des faits numériques que nous retenons :

> *« Les faits numériques sont les résultats de calculs mémorisés disponibles immédiatement. »*

Ce même guide préconise par la suite que certains faits liés à l'addition et à la soustraction soient mémorisés par les élèves : 1°les compléments à dix ; 2° les tables d'addition des nombres inférieurs à dix. L'objectif visé étant d'inciter les élèves à récupérer des résultats qu'ils auraient stockés dans leur mémoire à long terme dans le but de calculer facilement des sommes et des différences sous vingt. Nous partageons cet objectif surtout s'il est poursuivi dans le prolongement d'une construction solide du répertoire additif et soustractif. Mais pour rendre cet objectif encore plus opérationnel, il nous semble important de distinguer les faits numériques inférieurs à dix($F_{\leq 10}$) de ceux par extension qui sont inférieurs à vingt ($F_{\leq 20}$).

En effet, si on se réfère au programme du cycle 1 en vigueur à la rentrée 2020, il est indiqué que la construction des quantités est essentielle et que cette construction passe d'abord entre deux et quatre ans par la connaissance des petits nombres, c'est-à-dire des nombres inférieurs à cinq pour s'étendre jusqu'à dix voir plus. Les compétences attendues en fin de grande section sont : 1° Quantifier des collections jusqu'à dix au moins ; les composer et les décomposer par manipulations effectives puis mentales. Dire combien il faut ajouter ou enlever pour obtenir des quantités ne dépassant pas dix. 2° Parler des nombres à l'aide de leurs décompositions.

Nous supposons donc qu'en appui sur des manipulations effectives puis mentales pour décomposer et recomposer les premiers nombres, les élèves vont peu à peu maîtriser les faits numériques sous dix, et étendre par la suite leurs connaissances aux faits numériques sous vingt. En revanche, de la même manière que pour Brissiaud (Brissiaud, 2015) [16]:

> *« Le processus de compréhension des nombres au-delà de 5 ne se déroule pas à l'identique de celui des premiers nombres du fait que le nombre 5, celui des doigts d'une main, joue un rôle crucial dans la compréhension des nombres de 6 à 10. » Brissiaud (2015, p.1)*

Nous pensons que le processus de compréhension des nombres au-delà de dix ne se déroule pas de la même manière que pour les nombres sous dix, car le nombre dix joue un rôle majeur dans nos deux systèmes de numération, parlée et écrite. En effet ces deux systèmes sont tous deux basés sur le groupement par dix. Par la suite, nous développons d'autres arguments, liés au calcul, qui incitent à s'appuyer sur les faits numériques sous dix avant d'appréhender les faits numériques sous vingt.

[16] Brissiaud, R. (2015). Le nombre dans le nouveau programme maternelle : Quatre concepts clés pour la pratique et la formation. Le café pédagogique. disponible en ligne : http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2015/10/07102015Article635798003968263974.aspx. Consulté le 7 juillet 2021.

V Techniques de calcul sous vingt

Dans ce paragraphe, nous nous intéressons aux techniques de calcul qui permettent de trouver un résultat du répertoire additif sous vingt (R≤ 20) et plus particulièrement à l'une d'entre elles,la technique en appui sur dix.

V.1 Recensement de techniques pour effectuer une somme

Si nous considérons la tâche qui consiste à chercher le résultat de a plus b avec a et b nombres entiers inférieurs à dix, plusieurs techniques sont envisageables. Or chacune de ces techniques, en se référant à la théorie anthropologique du didactique,développée par Chevallard (Chevallard, 2002)[17]est justifiée par une technologie qui permet en même temps de la penser, voire de la produire. Par conséquent, chaque technique fait appel et mobilise des connaissances mathématiques spécifiques.Cette spécificité permet d'envisager le classement suivant :

- Le comptage

Pour effectuer cinq plus trois, il s'agit de compter : « un, deux, trois, quatre, …huit ». Cette technique, pour être appliquée correctement, suppose que certains principes[18] soient acquis. Elle devient difficile à mettre en œuvre dès que la somme des deux termes est supérieure à dix.

- Le sur-comptage

Pour effectuer cinq plus trois, il s'agit de compter à partir de cinq, le nombre de fois indiqué par le nombre trois : « six, sept, huit ». Cette technique,si elle est maîtrisée, peut s'avérer économique, c'est-à-dire peu couteuse en temps et sans trop de risque d'erreursà partir du moment où le sur-comptage s'opère à partir du plus grand nombre et que le nombre indiqué par le plus petit est inférieur ou égal à trois ou quatre.

- La récupération en mémoire des faits numériques connus

Cette technique permet d'obtenir le résultat immédiatement et s'avère peu couteuse cognitivement.

- Les techniques utilisant la décomposition et recomposition des nombres, les presque doubles et l'appui sur dix

Ces trois techniques ont en commun de s'appuyer sur une bonne connaissance des nombres, de faire appel à des faits numériques connus et d'utiliser les propriétés de l'addition. Nous

[17] Chevallard, Y. (2002). Organiser l'étude. 1. Structures et fonctions. In J.-L. Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot & R. Floris (Eds.), Actes de la XIe Ecole d'été de didactique des mathématiques, (pp. 3-33). Grenoble : La Pensée sauvage.

[18] Les principes relatifs au comptage et au sur-comptage sont détaillés dans Bideaud J. et al. (1991). *Les chemins du nombre*. Presses Universitaires de Lille.

donnons un exemple de calculs effectués avec les deux premières avant d'expliciter dans le paragraphe suivant la technologie propre à la technique en appui sur dix.

Avec la technique utilisant la décomposition et recomposition des nombres, pour calculer par exemple onze plus cinq,il s'agit de décomposer onze en dix plus un, puis de calculer un plus cinq et de recomposer dix plus six en seize soit :$11 + 5 = (10 + 1) + 5 = 10 + 6 = 16$.

La technique des presque double, suppose que pour calculer par exemple huit plus sept, on ajoute un au double de sept, soit un à quatorze. En effet : $7 + 8 = 7 + (7 + 1) = (7 + 7) + 1 = 14 + 1 = 15$.

V.2 La technique en appui sur dix : éléments de technologie

Avec la technique en appui sur dix, pour calculer $7 + 5$, on calcule $7 + 3 + 2$ ou $5 + 5 + 2$. Les éléments que nous proposons par la suite, permettent d'identifier le domaine d'application, le principe et les connaissances mathématiques nécessaires pour mettre en œuvreet valider la technique en appui sur dix. Ils vont également permettre de préciser le mode d'emploi et de faciliter la mise en œuvre de la technique.

- *Domaine d'application de la technique*

La technique **en appui sur dix** s'applique pour calculer $a + b$ avec a et b entiers naturels compris entre 0 et 9 et si la somme $a + b$ est supérieure à 10 et inférieure à 20. Cette technique est donc **spécifique** au calcul sous vingt. Quand le domaine numérique est étendu au-delà de 20, la technique ne s'appuie plus sur dix mais sur un multiple de dix. C'est ainsi que pour calculer $27 + 8$, on calcule $27 + 3 + 5$. Le multiple de dix sur lequel on s'appuie est alors trente.

- *Principe de la technique*

La technique **en appui sur dix** consiste à décomposer un des termes du calcul en fonction de l'autre terme du calcul, afin de se ramener à un calcul de la forme dix plus « … », avec « … » entier naturel compris entre zéro et neuf.

- *Connaissances mathématiques relatives à la technique*

- décomposer additivement un nombre compris entre zéro et neuf
- mobiliser directement les faits numériques connus ou retrouver les résultats du répertoire additif sous dix
- recomposer un nombre de la forme dix plus « … », avec « … » entier naturel compris entre zéro et neuf
- utiliser l'associativité de l'addition et éventuellement la commutativité[19] de l'addition sur l'ensemble des entiers naturels.

- *Mode d'emploi de la technique*

Si nous reprenons l'exemple du calcul $7 + 5$ et que nous cherchons à expliquer comment nous nous y prenons pour effectuer le calcul demandé en partant du nombre 7, nous avons un premier discours :

[19] L'addition est associative sur l'ensemble des entiers naturels : pour tous les entiers naturels n, p et q, on a $n + (p + q) = (n + p) + q = n + p + q$. L'addition est commutative sur l'ensemble des entiers naturels : pour tous les entiers naturels n et p : $n + p = p + n$.

- **Discours n°1** : « Pour effectuer $7 + 5$, j'ajoute à 7 le complément de 7 à 10 afin d'obtenir 10 puis le complément à 3 de 5. »

Ce discours met en avant la nécessité de convoquer deux faits numériques, $7 + 3 = 10$ et $3 + 2 = 5$pour remplacer le calcul initial par un calcul équivalent : $7 + 5 = 7 + 3 + 2$.

Le schéma de la figure 5, construit à partir de bandes de longueurs respectives7,5, 7,3,2,10,2 et 12permet d'expliquer les différentes étapes de la mise en œuvre de la technique en appui sur dix. En effet,la seconde ligne du schéma illustre le fait que la bande 5 soit échangée contre deux bandes 3 et 2 mises dans le prolongement l'une de l'autre et bout à bout. Les trois bandes ainsi obtenues 7, 3 et 2, ont pour longueur, la longueur des deux bandes initiales 7 et 5mises bout à bout et dans le prolongement l'une de l'autre.

De la même manière, l'avant dernière ligne et la dernière ligne de la figure 5illustrent le fait que $7 + 3 + 2 = 10 + 2$et le fait que $10 + 2 = 12$.

<table>
<tr><td>7</td><td colspan="2">5</td></tr>
<tr><td>7</td><td>3</td><td>2</td></tr>
<tr><td colspan="2">10</td><td>2</td></tr>
<tr><td colspan="3">12</td></tr>
</table>

Figure 5 : exemple de schéma associé à la miseen œuvre de la technique en appui sur dix

Une autre manière d'expliquer la technique est de dire :

- **Discours n°2** : « Pour effectuer $7 + 5$, j'ajoute à 7, le complément de 7 à 10 et je compense, en soustrayant à 5, le complément à 5 de 7. »

Dans ce discours, seul le fait numérique $7 + 3 = 10$ est convoqué. En revanche, ce discours mobilise un procédé de compensation[20]. Ce procédé de compensation est basé sur le fait que, pour tous les entiers naturels a, b et n on ait : $a + b = (a + n) + (b - n)$.

Remarquons que dans le discours 2, le procédé de compensation a permis d'ajouter 3 au premier terme de l'addition (7) et de soustraire 3 au second terme de la soustraction (5). Or avec le même procédé, pour effectuer $7 + 5$, il aurait été plus simple, de soustraire 1 à 7 et d'ajouter 1 à 5 pour obtenir *in fine* : $7 + 5 = 6 + 6$.

C'est pourquoi, si nous avions à « privilégier » un discours pour expliciter, faciliter et valider la technique en appui sur dix, nous choisirions davantage le premier discours. En effet, ce premier discours, contrairement au second, ne mobilise pas un procédé « général ». Il est basé uniquement sur la décomposition et la recomposition des nombres.

VI Approche psycho cognitive du calcul sous vingt

Dans le paragraphe précédent, nous avons recensé les techniques qui permettent d'effectuer un calcul sous vingt en précisant les savoirs mathématiques qu'elles mettent en jeu.Dans ce paragraphe, en nous appuyant sur des résultats de recherche en psychologie cognitive, nous présentons les différentes techniques que les enfants de cinq à huit ans utilisent pour trouver

[20] Nous n'avons pas d'exemple de schéma, construit à partir des bandes initiales de longueur 7 et 5 qui rend compte de l'étape résultant de la compensation.

la somme de deux nombres inférieurs à dix. Nous poursuivons en montrant qu'il existe des différences individuelles, qui poussent cependant certains élèves à faire des choix que d'autres ne font pas. Nous montrons également que certaines différences culturelles ont de l'influence sur les performances des élèves d'une même tranche d'âge.

VI.1 Techniques utilisées par de jeunes enfants pour calculer une somme sous dix

Siegler (Siegler, 1987)[21] en étudiant les techniques que les enfants de cinq à huit ans, utilisent pour trouver la somme de deux nombres inférieurs à dix, constate que ceux-ci, contrairement à ce que les résultats des tests de calcul chronométré pratiqués dans des études antérieures laissaient penser, n'appliquent pas exclusivement la technique qui consiste à compter à partir du plus grand nombre, le nombre de fois indiqué par le plus petit. Avec cette technique qui consiste à sur-compter, les enfants pour calculer trois plus six, commenceraient par 6 et compteraient avec ou sans l'aide de leurs doigts : sept, huit, neuf. En analysant, de surcroit, les retranscriptions des discours tenus par les enfants sur leur technique de résolution après chaque calcul, il s'est avéré que la plupart des enfants a déclaré avoir utilisé au moins trois techniques supplémentaires : celle où ils comptent le tout ; celle où ils utilisent des faits récupérés en mémoire ; celle où ils utilisent la décomposition et recomposition des nombres.

Par ailleurs, Siegler observe que si la technique de sur-comptage est utilisée à tous les âges de 5 à 8 ans, sans pour autant être appliquée à tous les calculs, la technique qui consiste à compter le tout se retrouve davantage chez les jeunes enfants. De surcroit, la rapidité et la précision d'exécution de chaque technique semble s'améliorer avec l'âge et l'expérience. Les élèves vont de plus en plus vite pour effectuer un calcul et se trompent de moins en moins. Enfin, la fréquence à laquelle chaque technique est utilisée reflète à la fois sa vitesse et sa précision d'exécution. Parallèlement, l'utilisation de plusieurs techniques révèle que le calculateur a une expérience suffisante pour effectuer les calculs avec l'une ou l'autre technique mais pas au point d'utiliser toujours une technique unique et efficace.

Siegler en déduit que vraisemblablement, plus tard dans la scolarité, les techniques basées sur le comptage et la décomposition des nombres cesseront également d'être utilisée pour des calculs « simples » au profit de la récupération des faits numériques. Cette approche est reprise par Baroody (2006)[22] qui indique que généralement en CP, pour trouver par exemple le résultat de six plus cinq, l'élève compte à partir de six en levant successivement les cinq doigts de sa main tout en récitant de façon synchrone la comptine numérique à partir de six : sept, huit, neuf, dix et onze. En CE1, pour le même calcul, il est probable que l'élève utilise par exemple le fait que cinq plus cinq égal dix et le fait que six égal cinq plus un pour trouver comme résultat onze alors qu'en CE2, on peut s'attendre à une réponse immédiate et fiable « six plus cinq font onze ». Baroody en déduit que les enfants progressent généralement dans la maîtrise des additions de petits nombres en suivant trois phases : la première est associée au comptage ; la seconde phase est basée sur la décomposition et recomposition des nombres en appui sur les faits numériques connus ; la troisième phase est directement liée à la récupération de faits numériques.

---

[21]Siegler, R. (1987). The Perils of Averaging Data Over Strategies: an example from children's addition. Journal of experimental Psychology, 116 (3), 250-264.

[22] Baroody, A. (2006). Why Children have difficulties mastering the basic number combinationsand how to help them. *Teaching Children Mathematics,* 22-31.

• Phase 1: Counting strategies—using object counting (e.g., with blocks, fingers, marks) or verbal counting to determine an answer

• Phase 2: Reasoning strategies—using known information (e.g., known facts and relationships) to logically determine (deduce) the answer of an unknown combination

• Phase 3: Mastery—efficient (fast and accurate) production of answers

Figure 6 : les trois phases du développement pour calculer des sommes selon Baroody (2006)

Cette classification permet de repérer deux moyens distincts d'arriver au résultat. Avec le premier moyen, l'enfant est amené à compter ou à combiner les nombres en les décomposant et en les composant alors qu'avec le second moyen, il sollicite directement sa mémoire à long terme. Ces deux moyens renvoient à ce que les psychologues nomment respectivement les stratégies de sauvegarde ou les stratégies de récupération. Dans le paragraphe suivant, nous identifions quel(s) facteur(s) incitent les élèves à choisir *a priori* une stratégie de récupération plutôt qu'une stratégie de sauvegarde.

VI.2 Différences individuelles et choix de stratégie

La recherche conduite par Kerman & Siegler (Kerman &Siegler,1997[23]) a permis de mettre en avant le fait que les enfants ne choisissent pas toujours la même stratégie suivant le calcul qu'ils ont à effectuer :

> *« En général, les enfants choisissent la stratégie la plus rapide qui est susceptible de réussir, en recourant à des stratégies plus lentes uniquement lorsque les plus rapides ont peu de chances de réussir. » p.2*

Les enfants recourent, pour les chercheurs, à des stratégies de sauvegarde, comme compter ou sur compter sur leurs doigts ou mentalement pour ajouter, principalement sur des calculs où il est peu probable qu'ils trouvent la bonne réponse dans leur mémoire à long terme. Ils disent « je ne sais pas » quand les stratégies de récupération et de sauvegarde ne sont pas susceptibles de donner la bonne réponse. À titre d'exemple, la technique qui consiste à partir du plus grand nombre et à compter le nombre de fois indiqué par le plus petit nombre est efficace quand un nombre est beaucoup plus grand que l'autre (par exemple, 2 + 9), mais s'avère moins avantageuse et moins souvent utilisée quand les deux nombres sont presque égaux (par exemple, 5 + 6).

Lorsqu'un calcul est donné, les différents types d'informations sur le calcul sont « combinés » pour décider de la technique à utiliser. Après chaque essai, les informations sont mises à jour. La théorie suppose que les enfants se souviennent des réponses qu'ils calculent, de sorte que la fois suivante, quand ils rencontreront le même calcul, ils seront un peu plus susceptibles de se souvenir de la réponse qu'ils ont trouvée par le passé que la solution soit correcte ou incorrecte.

Sur la base de ce modèle « distributions of associations theory », Siegler & Shrager(1984)[24],Kerman & Siegler(1997) ont cherché à déterminer dans quelle proportion les

[23]Kerman, D. & Siegler, R. (1997). Measuring individual differences in children's addition strategy choices. *Learning and individual differences, 9*(1), 1-18.

élèves d'une même tranche d'âge[25], en l'occurrence des enfants de 6 à 7 ans scolarisés au cours préparatoire utilisent une stratégie de sauvegarde ou de récupération pour effectuer les sommes sous vingt[26]. Leur étude les a amenés à distinguer trois groupes d'élèves. Le premier groupe correspond à un ensemble d'élèves « pas si bons ». En effet, les élèves de ce groupe sont moins précis dans leurs réponses quelle que soit la stratégie utilisée ; par ailleurs, ils ont recours à des stratégies de sauvegarde pour effectuer les trois quarts des calculs. Un deuxième groupe correspond aux« perfectionnistes »: même s'ils utilisent tout comme leurs camardes les stratégies de sauvegarde, ils font peu d'erreurs, qu'ils utilisent des stratégies de récupération ou de sauvegarde. Pour finir, le troisième groupe correspond aux « bons élèves » ils font relativement peu d'erreur, mais sedistinguent des perfectionnistes dans le sens où ils utilisent des stratégies de sauvegarde sur environ deux fois moins de calculs.

Les chercheurs en déduisent au regard des résultats du groupe « perfectionniste » que compter sur ses doigts ou utiliser d'autres stratégies de sauvegarde n'est pas nécessairement le signe d'une compétence moindre. En effet, le calculateur adapte sa stratégie à sa base de connaissances et aux exigences de la tâche à accomplir afin de réduire la probabilité de commettre une erreur. En revanche, en étudiant les résultats du groupe « pas si bons », il s'avère que si les enfants exécutent des stratégies de sauvegarde de manière inexacte, alors ils génèrent des réponses incorrectes et donc augmentent la force de l'association entre les réponses incorrectes et les calculs, entraînant ainsi des récupérations incorrectes. Cette étude fournit donc un argument supplémentaire pour affirmer que si les enfants choisissent de compter sur leurs doigts, ou compter mentalement, il est important qu'ils le fassent donc correctement.

Dans ce paragraphe, nous venons de montrer que même si une cohorte d'enfants de l'école élémentaire a reçu le même enseignement, il existe des différences individuelles dans le choix de stratégies mises en œuvre pour résoudre un calcul du répertoire additif sous vingt. Dans le paragraphe suivant, nous cherchons à évaluer l'influence éventuelle des différences culturelles, sur le choix des stratégies, en nous basons sur des études comparatives entre la Chine et les États Unis.

VI.3 Différences culturelles et choix de stratégie

L'étude conduite par Gearyand all (Geary, 1992)[27] comparele choix de stratégie, entre deux groupes d'élèves, du même âge, scolarisés dans deux pays différents la Chine et les États-

[24]Siegler, R. S., & Shrager, J. (1984). Strategy choices in addition and subtraction: How do children know what to do ? In C. Sophian (Ed.), Origins of cognitive skills. Hillsdale, NJ : Erlbaum.

[25] L'échantillon testé était au total, 113 élèves de première année de quatre écoles élémentaires publiques des quartiers à faible revenu de Pittsburgh, en Pennsylvanie.

[26]« Les enfants ont été testés individuellement dans une pièce calme de leur école par l'un des deux expérimentateurs adultes. Les enfants ont été testés sur des additions de deux nombres inférieurs à dix. Le test de chaque enfant a été effectué en deux sessions sur des jours consécutifs. Les instructions étaient : Je vais vous demander d'ajouter quelques chiffres pour moi. Vous pouvez compter dans votre tête ou sur vos doigts, ou vous pouvez simplement vous souvenir de la réponse, ou autre, tant que vous faites de votre mieux pour que chaque résultat soit juste. » A titre d'exemples les calculs donnés au premier test : 1+3, 6+1 ;8+8 ;7+7 ;2+2 ;2+4 ;3+4 ;3+6 ;4+6 ;5+6 ;4+7 ;8+3 ;3+9 ;7+5 ;4+9 ;6+8 ;9+6 ;5+9 ;8+9 p.12

[27] Geary, D., Fan, L.& Bown- Thomas, C. (1992). Numerical cognition: Loci of ability differences comparing children from China and the United States, *American Psychological Society 3*(3).

Unis pour effectuer un calcul additif du répertoire sous vingt. Les résultats indiquent que les enfants de première année de l'école élémentaire s'appuient sur les mêmes types de techniques : comptage, combinaison et récupération. En revanche deux différences significatives sur la nature des stratégies de sauvegarde ont pu être pointées.

Le comptage est la principale stratégie utilisée par les enfants américains pour effectuer les calculs. Par ailleurs, les enfants chinois quand ils comptent, comptent verbalement et se servent moins de leurs doigts que les enfants américains. Ce constat s'expliquerait pour les chercheurs par le fait que chaque mot nombre inférieur à dix (par exemple un, deux, trois, ...) dit en chinois s'oralise plus rapidement que chaque mot nombre inférieur à dix, dit en anglais (one, two, three, ...). En oralisant une chaîne numérique lors d'un comptage (par exemple cinq, six, sept, …) les enfants asiatiques ont donc moins besoin d'une aide comme les doigts, afin de soutenir le travail de mémoire pour retenir cette chaine contrairement aux enfants américains (five, six, seven, …).

De plus, lorsqu'une stratégie de sauvegarde est nécessaire pour effectuer un calcul difficile, les enfants chinois utilisent la combinaison pour 68% des essais, alors que les enfants américains utilisent cette stratégie sur 13% des essais. La préférence des enfants chinois pour la stratégie de combinaison plutôt que celle en appui sur le comptage suggère que les différences stratégiques ne sont pas simplement des différences de « mémorisation par cœur » (Stevenson et Lee, 1990[28]) car combiner nécessite une solide connaissance de la décomposition et recomposition des nombres. Mais combiner serait plus facile selon Fuson (Fuson, 1992[29]) car onze et douze en chinois ne se diraient pas « eleven » et « twelve » mais se diraient « ten-one » et « ten-two ». Le fait que « eleven » c'est-à-dire onze et « twelve » c'est-à-dire douze correspondent à dix plus un et à dix plus deux seraient moins transparents que dans la langue asiatique. Les élèves utiliseraient ainsi plus facilement la technique en appui sur dix pour calculer par exemple 6+7. Ils décomposeraient 7 en 4+3 pour effectuer (6+4) +3 et trouveraient le nombre dont le nom est « dix-trois » en chinois

Une autre étude longitudinale conduite par Geary. D. and all (1996)[30] sur chacune des trois premières années de l'école élémentaire[31] confirme la prédominance du comptage aux États Unis qu'il soit associé à l'usage des doigts ou verbal et ce jusqu'en CE2. En effet, les graphiques de la figure 7 montrent que le pourcentage de calculs effectués grâce à la récupération des faits se situe en dessous de la barre des 50% en CE1 et n'atteint cette barre des 50% qu'en fin de CE2. *A contrario*, en Chine, dès le CE1, les stratégies de sauvegarde sont abandonnées au profit de la récupération. Le score de 100% est presque atteint en fin de CE1 et maintenu en CE2.

Les chercheurs pour expliquer ce contraste reprennent l'argument qui consiste à comparer la numération orale asiatique et la numération orale anglaise mais avance également un autre

---

[28] Stevenson, H.W., & Lee, S.Y. (1990). Contexts of achievement. Monographs of the Society for Research in Child Development, *55*(22).

[29] Fuson, K. C., & Kwon, Y. (1992). Korean children's understanding of multidigit addition and subtraction. *Child Development*, 63, 491–506.

[30]Geary, D., C. Bow-Thomas, C., Liu, F. and Siegler, R. (1996) *Child Development*, 67(5) , 2022-2044

[31] Tous les sujets ont été testés individuellement entre le 13 mai 1991 et le 31 mai 1991. L'enseignement en Chine commence début septembre, comme aux États-Unis, bien que les enfants chinois soient également scolarisés le samedi

argument d'ordre interculturel : les attentes des enseignants, des parents et des élèves dans les pays asiatiques, en matière de maîtrise des faits numériques, se traduisent par un plus grand investissement en temps, tant à l'intérieur qu'à l'extérieur de l'école.

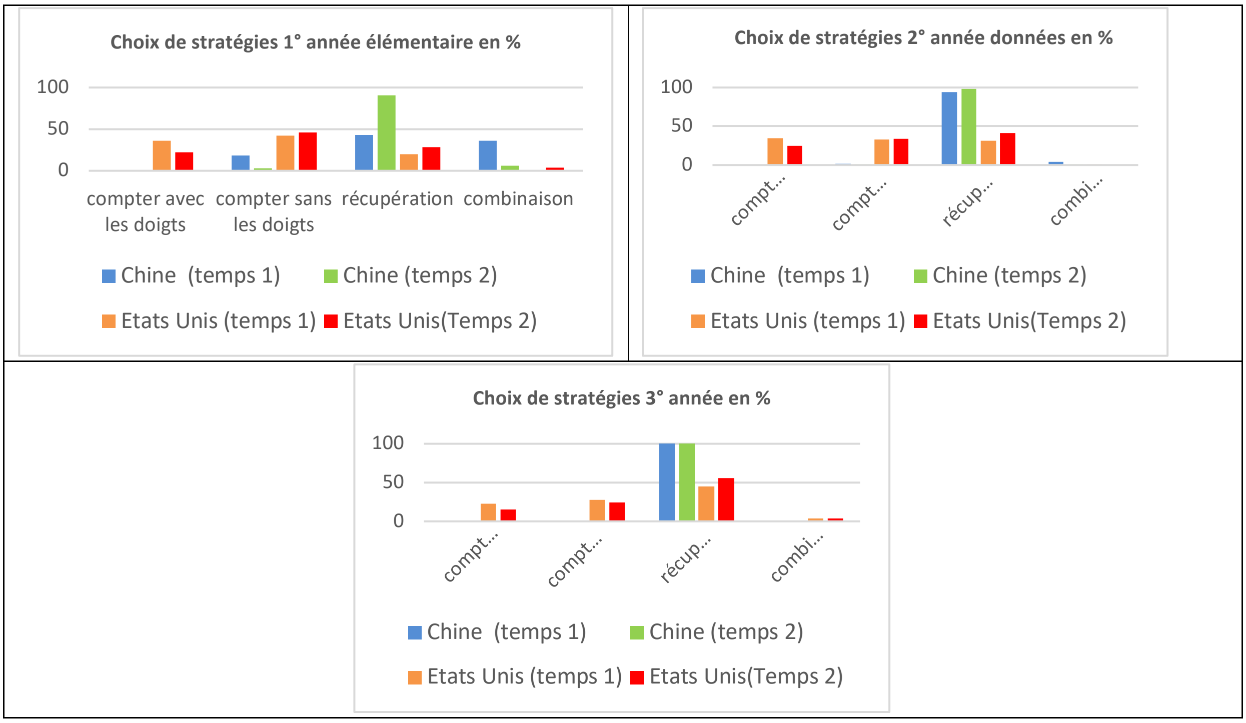


Figure 7 : étude comparative des procédures additives Chine /USA conduite par Geary and all (1992)

VII La maîtrise du calcul sous vingt : un enjeu majeur à l'école élémentaire

Dans ce paragraphe, nous rappelons l'importance accordée par de nombreux psychologues à la maîtrise ou non maîtrise des faits numériques comme indicateur de progrès dans le développement cognitif des élèves de 8 à 9 ans (CE2). Nous précisons nos hypothèses de recherche en vue de concevoir un dispositif d'enseignement autour du calcul sous vingt pour la première année de cours élémentaire (CE1). Pour finir, nous montrons quels prolongements à cette pratique du calcul sous vingt, peuvent être envisagés au cours du cycle 2 (CE1 & CE2).

VII.1 Corrélation entre difficultés en mathématique et non maîtrise des faits numériques

Pour Gersten and all (Gersten and all, 2005[32]), plusieurs recherches en psychologie convergent vers le même constat : les élèves ayant des difficultés en mathématique à l'école élémentaire, notamment en cours élémentaire 2 (CE2),se souviennent de beaucoup moins de faits numériques que les autres et n'arrivent pas à utiliser certains faits numériquespour les combiner. Or le fait que ces élèves ne sachent pas récupérer des faits ou les combiner va avoir des répercussions dans la poursuite de leurs études. En effet, les chercheurs ont fait valoir que :

[32] Gersten, R., Jordan, N.-C.andFlojo, J.-R. (2005). Early identification and interventions for students with mathematics difficulties. *Journal of learning disabilities, 38* (4), 293-304

> *« L'esprit humain a une capacité limitée à traiter l'information, et que si trop d'énergie est nécessaire pour déterminer ce que vaut 9 plus 8, il en reste peu pour comprendre les concepts sous-jacents à la soustraction de nombre à plusieurs chiffres, de division ou de multiplication ». (Gersten and all, 2005, p.21)*

De plus, toujours d'après R.Gersten and all (2005, p.294), le fait de ne pas connaître les faits numériques de base semble inhiber la capacité à comprendre le discours mathématique et à saisir les concepts algébriques plus complexes qui seront par la suite introduits. D'où l'idée centrale, d'intégrer dans les classes de l'école élémentaire, des pratiques qui favorisent la mise en place d'automatismes afin de développer des compétences spécifiques, qui demandent peu de surveillance consciente au calculateur pour que les ressources attentionnelles soient allouées à l'exécution de tâches plus complexes.

Mais comment, notamment dans le cas du calcul sous vingt, concevoir une pratique, qui permet de consolider le sens du nombre et des opérations et amène les élèves à récupérer certains faits numériques ?

VII.2 Pratique réfléchie du calcul sous vingt en première année de cours élémentaire

Nous nous questionnons sur la pratique du calcul sous vingt à mettre en œuvre en première année de cours élémentaire (CE1), compte tenu des éléments théoriques et des repères de progressivité que nous avons développés dans les paragraphes précédents. Cela nous amène à fixer quatre hypothèses de recherche :

- Hypothèse 1 : A l'arrivée en CE1, peu d'élèves connaissent les faits numériques sous vingt ($F \leq 20$). En revanche, **un grand nombre d'élèves connait les faits numériques sous dix ($F \leq 10$)** et pour ceux qui ne les connaitraient pas encore, il est nécessaire de leur donner les moyens de les apprendre.

Cette hypothèse confirme l'idée de s'appuyer sur des évaluations en début d'année de CE1 pour repérer les élèves qui utilisent des stratégies de sauvegarde ou de récupération. Pour les élèves qui ne maîtrisent pas encore les faits numériques sous dix et pour ceux qui font partie du groupe dit des perfectionnistes (cf.VI.2), il s'agit de modifier leur rapport au comptage.

Introduire par exemple un modèle de nombres *les bandes*(cf.Séquence 1 partie 2 de la brochure) et proposer des activités (en binômes ou individuelles), en appui sur ce support, va permettre à chacun de progresser à son rythme pour construire et valider les résultats du répertoire sous dix.

Par ailleurs, le fait d'utiliser, dans un premier temps, ces résultats du répertoire sous dix, pour calculer des sommes sous vingt va probablement modifier le rapport au comptage des élèves. Cette pratique, peut inciter les élèves, dans le but de calculer vite et bien, à récupérer directement en mémoire les faits numériques sous dix pour effectuer un calcul. La seconde hypothèse va dans ce cens.

- Hypothèse 2 : En CE1, **pour construire le répertoire sous vingt R≤ 20**, une stratégie de sauvegarde basée sur la **combinaison des nombres** justifie **la nécessité d'apprendre les faits numériques sous dix (F≤ 10).** L'enseignement de la technique de décomposition des nombres, des presque double et de la technique en appui sur dix est une priorité.

Autant les deux premières techniques, la décomposition $(13 + 5 = 10 + 3 + 5)$et l'utilisation des presque doubles $(7 + 8 = 7 + 7 + 1)$,sont susceptibles d'être facilement accessibles à la majorité des élèves, autant la technique en appui sur dix $(7 + 5 = 7 + 3 + 2 \text{ ou } 7 + 5 = 5 + 5 + 2)$ peut s'avérer complexe à mettre en œuvre. Nous avons d'ailleurs donné des éléments de technologie se référant à cette technique (cf.V.2) et utilisé comme support *les bandes*(figure5), pour illustrer chaque étape du calcul. Une troisième hypothèse porte sur la nécessité d'utiliser le registre des écritures arithmétiques :

- Hypothèse 3 : En CE1, un élève peut **récupérer un fait numérique sans savoir le transcrire par une écriture arithmétique**. Le calcul sous vingt, en ligne, permet ce travail dans le registre des écritures.

Le calcul sous vingt, permet en outre, de montrer qu'il est possible de remplacer un calcul, par un calcul équivalent, dans le but de simplifier l'effectuation de celui-ci. C'est d'ailleurs sur ce principe général de « simplification » de calcul que nous allons revenir dans le dernier paragraphe de cette étude. Mais avant d'aborder cette question de l'adaptabilité, énonçons notre dernière hypothèse :

- Hypothèse 4 : A terme, le calcul sous vingt initié à partir de la connaissance des faits numériques sous dix (F≤ 10) doit amener à la maîtrise des faits numériques sous vingt (F≤ 20) donc à une récupération immédiate des résultats du répertoire additif sous vingt (R≤ 20)

VII.3 Pratique réfléchie du calcul sous vingt et prolongements

Nous montrons en quoi la réflexion engagée sur la pratique réfléchie du calcul sous vingt permet d'envisager dans la continuité, la pratique du calcul mental, du calcul en ligne et du calcul posé en colonne.

- Vers le calcul mental

En nous référant à la définition de Boule (Boule,1994[33]) et Thompson (Thompson,1999[34]), le calcul mental consiste à rechercher une stratégie basée sur l'application de résultats connus ou retrouvés rapidement, en combinaison avec l'utilisation de propriétés spécifiques du système de numération décimal et des opérations. Le calcul mental est donc facilité en cas de maîtrise des faits numériques sous vingt (F≤ 20). Par ailleurs, il demande de la part du calculateur, de la flexibilité et de l'adaptabilité. Flexibilité car il nécessite de connaitre différentes techniques,

[33] Boule, F., (1994-1995). Regards sur le calcul mental. Grand N, 58, 39-52.
[34] Thompson, I. (1999). Mental calculation strategies for addition and subtraction Part 1. Mathematics in School November, 2-4.

et adaptabilité, car il s'agit de mettre en œuvre, en fonction du calcul à effectuer, une technique adaptée.

Plutôt que de laisser s'installer les techniques de sur-comptage quels que soient les deux termes à ajouter, nous avons construit le répertoire additif sous vingt (R≤ 20)en instituant également trois techniques de combinaison, celle basée sur la décomposition des nombres, celle basée sur l'utilisation des presque doubles et la technique en appui sur dix. En ce sens, nous avons créé des conditions favorisant la flexibilité, car l'élève a la possibilité, pour déterminer le résultat d'une somme, d'une différence ou la recherche d'un complément, d'appliquer une des quatre techniques qu'il a apprises. Un premier pas vers l'adaptabilité va résider à évaluer telle ou telle technique au regard de tel ou tel calcul. Laquelle est la plus fiable, la plus rapide, la moins couteuse cognitivement ? Un second pas, va être de repérer directement les critères qui amènent à choisir une technique plutôt qu'une autre en fonction des nombres en jeu. Pour le calcul d'une somme, il s'agira par exemple de repérer si un des termes du calcul est deux, auquel cas, un sur comptage peut être efficace ; de repérer si un des termes du calcul est cinq, auquel cas, la technique en appui sur dix est efficace ; si les deux nombres ont une différence de un, auquel cas, la technique des presque doubles est efficace…

- Vers le calcul en ligne

Le fait d'accompagner la mise en œuvre d'un calcul sous vingt par une écriture arithmétique (hypothèse 3) et de ne pas se contenter d'énoncer des faits numériques dans le registre de la langue parlée puis de pratiquer la technique en appui sur dix pour déterminer la somme de deux termes, trois termes, quatre termes (Séquence 4 du dispositif d'enseignement, partie 2 de la brochure) va amener par la suite à remplacer un nombre, deux nombres par une de leurs décompositions additives et utiliser la commutativité et l'associativité de l'addition pour opérer des regroupements astucieux. Par exemple : $7+8+5=5+2+8+5=5+5+2+8=10+10=20$.

- Vers le calcul posé en colonne

Le calcul posé en colonne, requiert l'utilisation d'une technique dite algorithmique. Or le principe d'un algorithme est de suivre une suite finie de règles, afin de réduire n'importe quel calcul complexe, en une série de calculs plus élémentaires. Dans le cas du calcul additif ou soustractif[35], cette série de calculs élémentaires se limitent à utiliser **exclusivement l'application des faits numériques sous vingt.**

La pratique réfléchie du calcul sous vingt, va donc permettre dans un premier temps, de restituer rapidement les faits numériques sous vingt, puis de les récupérer directement en mémoire, afin de les utiliser pour effectuer les calculs « chiffre à chiffre » qui se présentent dans chaque colonne. Plus ces faits numériques seront maîtrisés, plus l'énergie nécessaire servira à appliquer correctement et à donner du sens aux algorithmes proprement dits.

[35]Trois techniques de la soustraction sont programmées dans les manuels scolaires français. La première technique consiste à poser en colonne une addition à trou. La seconde dite par emprunt est couramment utilisée dans le monde anglo-saxon et fortement présente au début du cycle 2 dans le système éducatif français. Elle s'appuie exclusivement sur le système de numération décimale. La dernière, dite par compensation, davantage enseignée en fin de cycle 2, s'appuie également sur les propriétés du système de numération décimale tout en sollicitant une propriété de la soustraction : la propriété de conservation des écarts.

L’attention pourra alors se focaliser précisément sur la présence, la gestion et le sens des retenues éventuelles.

Dispositif d'enseignement

VIII Présentation du dispositif

Pour présenter le dispositif d'enseignement conçu pour la première année de cours élémentaire (CE1), nous donnons la programmation retenue pour organiser l'étude du calcul sous-vingt durant une période continue et délimitée dans le temps. Cette programmation découpée en quatre séquences permet de montrer pour chaque séquence les objectifs d'enseignement visésen référence aux instructions officielles et en lien avec nos hypothèses de recherche. Dans le prolongement, nous justifions nos choix pédagogiquesquant à l'organisation humaine et l'organisation matérielle des séances d'enseignement.

VIII.1 Agencement des séquences sur la durée de l'expérimentation

La période la plus adaptée pour programmer l'étude correspond à la première période de l'année scolaire, celle qui débute en septembre et se termine fin octobre. La première séquence (Sq1) est consacrée à la construction du répertoire additif sous dix ($R \leq 10$) afin de permettre à tous les élèves qui ne connaissent pas encore les faits numériques sous dix ($F \leq 10$) de les acquérir (hypothèse1, § VII). Par ailleurs, elle doit permettre à tous les élèves de se familiariser avec les écritures arithmétiques (hypothèse3, § VII). La seconde séquence (Sq2) est consacrée aux décompositions et recompositions de dix en deux ou plusieurs termes (hypothèses 1 et 3, § VII). Dans le prolongement (Sq3), la technique en appui sur dix est introduite et travaillée (hypothèses 2 et 3, § VII). La pratique du calcul en ligne fera l'objet de la dernière séquence (Sq4) d'enseignement. Elle permettra de mobiliser les faits numériques sous dix ($F \leq 10$), la commutativité et l'associativité de l'addition et à terme peut amener les élèves à mémoriser les faits numériques sous vingt ($F \leq 20$).

Le tableau présenté en figure 8 rappelle les compétences visées extraites des instructions officielles (BOEN n°31 du 30 juillet 2020).

Référence aux programmes (BOEN n°31 du 30 juillet 2020)

- Utiliser diverses représentations des nombres (écritures en chiffres et en lettres, noms à l'oral, graduations sur une demi-droite, constellations sur des dés, doigts de la main…). Passer d'une représentation à une autre, en particulier associer les noms des nombres à leurs écritures chiffrées

- Mémoriser des faits numériques et des procédures : tables de l'addition et de la multiplication ; décompositions additives et multiplicatives de 10 et de 100, compléments à la dizaine supérieure, à la centaine supérieure, multiplication par 10 et par 100, doubles et moitiés de nombres d'usage courant, etc.

- Mobiliser en situation ses connaissances de faits numériques et ses connaissances sur la numération

- Calculer en ligne avec le support de l'écrit, en utilisant des écritures en ligne additives, soustractives, multiplicatives, mixtes

Figure 8 : compétences travaillées en lien avec les programmes

Le tableau de la figure 9[36], indique pour chaque séquence de la première à la quatrième, l'objectif visé. Il montre comment les séquences s'enchainent les unes après les autres, sans interruption, et peuvent être programmées sur les sept semaines allant de début septembre à fin octobre Il permet par ailleurs d'avoir un aperçu du découpage de chaque séquence en deux, voire trois, quatre, ou cinq séances. Dans la troisième colonne sont indiqués, le matériel et les représentations de nombres privilégiés pendant les séances. Nous développons les raisons de ces choix au paragraphe suivant.

[36] Les tableaux de la figure 8 et 9 sont disponibles dans le matériel à photocopier pour le maître en format paysage.

Sq 1 : 5 séances Semaines 2 et 3 de **septembre**	Maîtrise des faits numériques **($F_{\leq 10}$)** et passage aux **écritures arithmétiques** : $a + b = ?$ et $a + ? = b$	Utilisation de modèles de nombres : ***les bandes*** Utilisation ***de configurations de doigts***
Sq 2 : 2 séances Semaine 4 de **septembre**	Maîtrise des décompositions et recompositions de 10 **($F_{=10}$)** et passage aux **écritures arithmétiques** : $10 = ? + ?$ et $a + ? = 10$	Utilisation de modèles de nombres : ***les bandes*** Utilisation ***de configurations de doigts*** Utilisation de ***cartes à jouer***
Sq3 : 3 séances Semaine 1 d'**octobre**	Mise en œuvre de la **technique de calcul en appui sur dix($R_{\leq 20}$)** et passage à l'écriture arithmétique : $\boldsymbol{a + b = 10 + \cdots}$	Utilisation ***de configurations de doigts*** Utilisation de modèles de nombres : ***les bandes*** Utilisation ***de nombres***
Sq4 : 3 séances Semaine 2 d'**octobre**	**Calcul en ligne** avec **appui sur dix** de plusieurs termes inférieurs à dix	Utilisation ***de nombres***
Tout au long de l'année de CE1	**Adaptabilité aux calculs** : utilisation de la technique de l'appui sur dix lorsqu'elle paraît la plus adaptée au calcul proposé **Calculs en ligne et en colonne** : utilisation possible de la technique en appui sur dix pour réaliser des calculs en ligne ou posés	

Figure 9 : programmation des séquences d'enseignement autour du calcul sous vingt

VIII.2 Organisation matérielle et humaine des séances d'enseignement

Notre choix s'est porté sur l'introduction d'un modèle de nombres ***les bandes*** qui permettent grâce à deux bandes de longueur dix et neuf bandes de longueur allant de un à neuf de représenter tous les nombres de un à vingt. La première séance de la première séquence (S1Sq1) va permettre à chaque élève de réaliser son propre jeu.

Les deux séances suivantes (S2Sq1 et S3Sq1), utilisent les jeux de *bandes* et sont consacrées à un travail en binôme qui permet de construire et de valider les résultats additifs et soustractifs du répertoire sous dix et sous vingt (**$R_{\leq 10}$** et **$R_{\leq 20}$**). Les mêmes tâches sont proposées en utilisant un autre modèle de nombres, *les configurations de doigts*. Ce modèle, familier aux élèves, permet également de visualiser directement les résultats mais a l'inconvénient, par rapport au modèle précédent de ne pas permettre une validation des résultats. Pour finir, la troisième séance (S3Sq1) propose un jeu en autonomie *les triples bandes* qui doit amener l'élève à évaluer sa connaissance des faits numériques sous dix (**$F_{\leq 10}$**). La dernière séance est une évaluation individuelle et écrite qui reprend partiellement les *triples de bandes* en proposant une représentation de celles-ci (S5Sq1).

Les deux séances de la deuxième séquence (S1Sq2 et S2Sq2) reprennent *les bandes* et les *configurations de doigts* pour construire les décompositions et recompositions de dix. Un jeu de stratégie, *le mistigri*, qui se joue à quatre joueurs, va amener chaque élève à récupérer directement en mémoire les faits numériques sous dix **($\mathbf{F}_{=10}$).**

Mais en CE1, l'intérêt majeur *des bandes* est de visualiser les étapes de la technique en appui sur dix (S1Sq3) et de faciliter la mise en place d'un discours permettant de faciliter, expliquer et justifier cette technique (fondements théoriques, §V.2). Notons également, que l'usage des *configurations de doigts,* favorise également le regroupement par dix. Deux mains correspondent à dix doigts. La manipulation de ces deux modèles de nombres *les bandes* et *les configurations de doigts* a permis, par ailleurs, d'arriver à une symbolisation sous la forme: $8+6=\boxed{\ldots+\ldots}+\ldots$.

L'intérêt de cette symbolisation, est d'évoquer, grâce à « un rectangle », le nombre dix. Dans le rectangle, sont donc attendus deux nombres dont la somme est égale à dix. Par conséquent, pour calculer $8+6$ avec la technique en appui sur dix, on est amené à calculer : $8+6=\boxed{8+2}+4$ ou $8+6=\boxed{6+4}+4$. Cette symbolisation est reprise dans les séances de la dernière séquence (Sq4) pour faciliter le calcul de la somme de plusieurs chiffres avec la technique en appui sur dix.

En conclusion, l'organisation matérielle grâce au support des bandes et des configurations de doigts ainsi que grâce à un travail alternant des moments de travail individuel, en binôme et en classe entière, vont permettre à l'élève de manipuler, de formuler et de contrôler les résultats du répertoire sous vingt ($\mathbf{R}_{\leq 20}$) dans le registre de la langue parlée et dans le registre des écritures arithmétiques.

Séquences pédagogiques

Dans cette partie de la brochure, nous présentons le *scénario* de chaque séance d'enseignement. A ce stade, notre objectif est de communiquer les particularités du dispositif d'enseignement et de permettre ainsi à chaque enseignant ou formateur d'accéder à la fiche de préparation de la séance, à une analyse *a priori* de celle-ci et à quelques éléments d'analyse *a posteriori*.

La fiche de préparation précise quant à elle la durée, le déroulé, le matériel, l'organisation humaine et les consignes données aux élèves. Les traces écrites ainsi que les prolongements envisagés sont également disponibles.

Pour ne pas alourdir la rédaction, tous les éléments théoriques et les indications d'ordre pédagogique sont repris dans une colonne intitulée remarques et commentaires. Dans cette même colonne, une note précise la nature du matériel accessible et disponible dans le matériel à photocopier. Une autre note, indique si des éléments d'analyse *a posteriori* sont présentés dans des bandeaux intégrés au corps du texte.

IX Séquence 1 (Sq1)

IX.1 Séance 1 : construire un outil *les bandes* pour calculer sous vingt (S1Sq1)

Déroulement ⌚45’	Remarques et commentaires

Matériel par élève

- Un lot de onze bandes avec des carreaux et un lot de onze bandes de la même longueur avec des nombres : une bande de 1 carreau et une bande avec le nombre 1, …, une bande de 9 carreaux et une bande avec le nombre 9, deux bandes de 10 carreaux et deux bandes avec le nombre 10. Les deux lots sont de la couleur verte ou de la couleur bleue (figure 10).
- Une enveloppe **par élève** identifiée bleue ou verte pour ranger les bandes

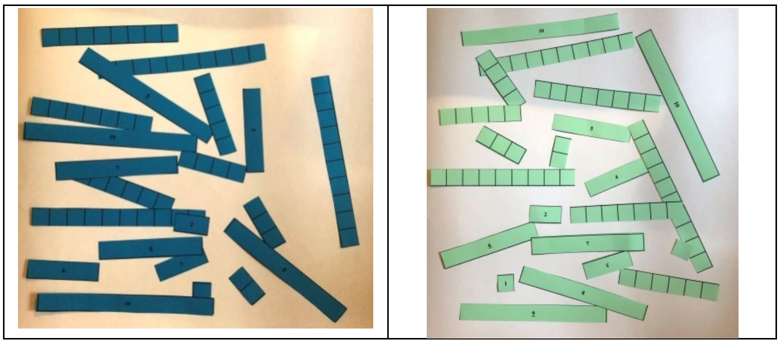


Figure 10 : lot de bandes à distribuer (bleues ou vertes) par élève

La matrice à photocopier est disponible dans le matériel à photocopier.

Pour préparer le matériel, **utiliser une matrice** (figure 10 bis) bleue ou verte à photocopier par le nombre d’élèves. Prévoir deux jeux supplémentaires de chaque couleur. Les deux couleurs permettront par la suite de jouer à deux et de ne pas mélanger les bandes. A ce titre, penser à donner deux couleurs différentes aux élèves qui joueront par la suite ensemble.
Après avoir découpé les 22 bandes d’une même couleur, les ranger dans une enveloppe marquée verte ou bleue suivant la couleur des bandes.

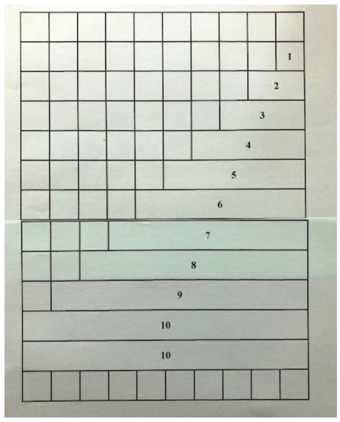


Figure 10 bis : matrice à reprographier

Présentation du matériel et introduction d’un lexique

Vider le contenu d’une enveloppe sur un plateau puis inciter les élèves à s’exprimer sur le contenu de l’enveloppe.

Éventuellement, montrer en les saisissant dans ses mains : une bande avec des carreaux et une bande avec un nombre. Préférer le mot bande au mot bandelette, le mot carreau au mot carré ou au mot case,

Un lexique commun doit s'installer : bande, bande avec des carreaux, bande avec des nombres.	l'expression bande avec un nombre plutôt que bande avec un numéro.
Faire préciser ou préciser que **les carreaux ont tous la même taille.** Cette présentation du matériel et du lexique fini, donner **les consignes :** **1)** Dans une enveloppe vous avez 2 sortes de bandes, des bandes avec des carreaux et des bandes avec des nombres. **Associer les bandes** qui vont ensemble, c'est-à-dire à chaque bande nombre, la bande carreaux qui lui correspond. **2)** **Coller les 2 bandes** en les superposant bord à bord: on doit voir les carreaux d'un côté le nombre de l'autre. **3)** Pour finir, **écrire les initiales** de son prénom et de son nom (côté carreaux) sur chaque bande fabriquée.	Le fait de préciser que les carreaux ont tous la même taille, permet de choisir un carreau comme unité de longueur et de mesurer la longueur de chaque bande en comptant le nombre de carreaux. Cela permet aussi de comparer directement la taille de deux bandes. Ne pas faire reformuler la consigne par un élève afin d'éviter que cet élève donne sa façon de faire.
Transition Chaque élève prend l'enveloppe marquée à son nom ou l'enseignant envoie à une table un binôme qu'il désigne et qui va travailler ensemble ou encore les élèves sont déjà placés et l'enseignant distribue.	
Recherche  Plusieurs techniques sont envisageables (figure 11) et consistent à : 1. Compter le nombre de carreaux d'une bande et rechercher la bande qui porte ce nombre (technique majoritaire). 2. Prendre une bande et chercher celle qui a la même longueur, réajuster sans compter. 3. Ranger les bandes carreaux de la plus courte à la plus longue, puis prendre les bandes nombres dans l'ordre croissant.	

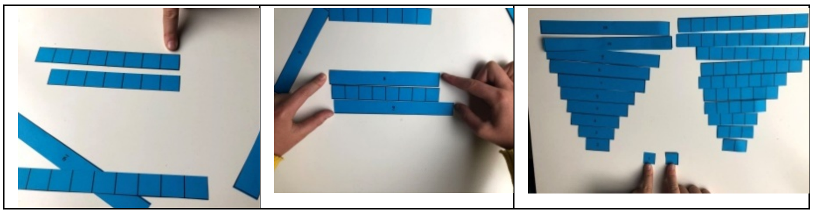


Figure 11 : trois techniques mises en œuvre pour associer les deux côtés d'une même band

Synthèse 

Faire expliciter les différentes techniques pour associer les bandes et mettre **en évidence le rapport entre le nombre et la longueur de bande.**

Trace écrite 

« Quand sur une bande, je repère par exemple le nombre 5, je peux savoir qu'au verso, il y a 5 carreaux de même taille : cette bande a pour longueur 5. »

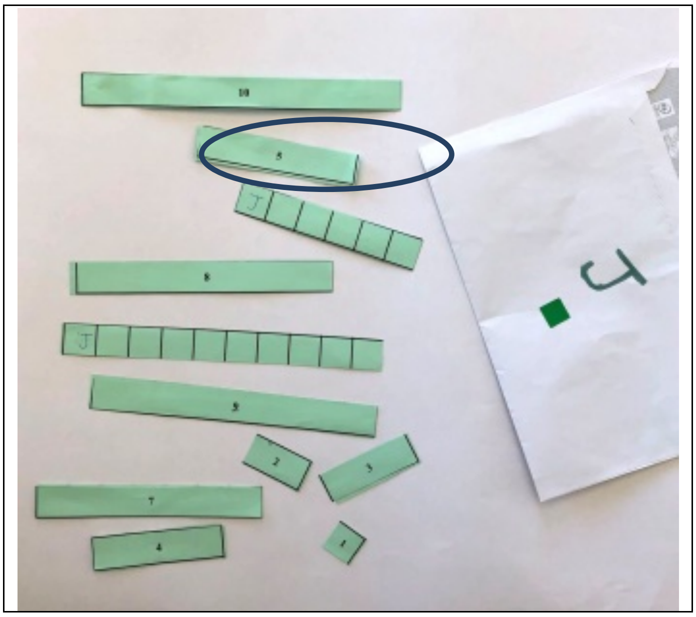


Figure 12 : support pour la trace écrite permettant de donner la signification du nombre 5

Possibilité de faire une affiche pour la classe avec une bande côté nombre et une bande coté carreaux.

IX.2 Séance 2 : utiliser les *bandes* pour additionner des nombres inférieurs à dix (S2 Sq1)

<table>
<tr><th>Déroulement 🕒 45’</th><th>Remarques et commentaires</th></tr>
<tr><td>

Matériel par élève

- Les enveloppes de la séance S1Sq1 contenant les 11 bandes marquées aux initiales de chaque élève (la bande 10 est en double), de couleur bleue ou verte.

Matériel par binôme

- Un tapis de jeu (format A3)
- Une feuille et un stylo

Matériel pour la classe

- Deux jeux de bandes (un bleu et un vert) agrandies et aimantées

</td><td>

Les bandes bleues et vertes ainsi que le tapis de jeu vont servir pendant presque toute la séance.

Le tapis de jeu permet d’**organiser** l’espace et de focaliser l’attention des élèves sur les bandes jouées. Chaque élève vide son enveloppe sur sa table et pose sur le tapis de jeu les bandes dictées par l’enseignant. La délimitation de l’espace de jeu permet également à l’enseignant de vérifier rapidement que les bandes mises en jeu sont conformes à la dictée.

-La feuille et le stylo vont être introduits pour noter les calculs effectués.

</td></tr>
<tr><td>

Rappel

Distribuer son enveloppe fermée à chaque élève puis leur demander ce qu’elle contient : « **Que contient votre enveloppe ?** »

</td><td>

Attendu : l’enveloppe contient 11 bandes avec d’un côté un nombre et de l’autre le nombre de carreaux qui correspond à ce nombre.
Éventuellement l’enseignant peut montrer les bandes agrandies qu’il a lui-même rangées dans l’ordre décroissant ou croissant

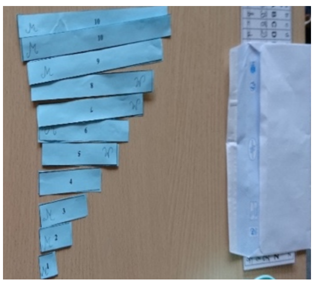


Figure 13 : rappel du contenu de l’enveloppe

</td></tr>
</table>

Présentation du jeu « *bandes /addition* »

Préciser **l'enjeu d'apprentissage :**
« A travers un jeu qui utilise les bandes bleues et les bandes vertes, vous allez additionner des nombres inférieurs à dix ».

Il est également possible de choisir de faire préciser cet enjeu d'apprentissage par les élèves en fin de séance.

Règle du jeu
Le jeu se joue à deux avec les bandes côté nombre visible. Le premier joueur, désigné par sa couleur (bleu), pose sur le tapis la bande correspondant au premier nombre indiqué par l'enseignant (exemple nombre 3).
Le second joueur (vert) pose à son tour sur le tapis, **dans le prolongement de la première bande et bord à bord** la bande correspondant au second nombre indiqué par l'enseignant (4). Les deux bandes sont alignées bord à bord et forment à elles deux une nouvelle bande. Le premier joueur (bleu) désigné doit donner le nombre qui correspond à cette bande « somme ». Le second joueur (vert) vérifie que le résultat est exact en sortant de son jeu la bande nombre proposée par son camarade.

Il est envisageable de demander tout de suite aux élèves de jouer en binômes ou d'inviter deux élèves à jouer face au groupe classe afin de donner la règle du jeu. Le fait de choisir de faire un exemple face au groupe classe permet d'installer le lexique : somme, prolongement, bord à bord, taille.

Première étape
Le premier joueur pose la bande 3.

Deuxième étape
Le second joueur pose la bande 4 dans le prolongement de la bande 3 et bord à bord.

Troisième étape
L'élève qui a le jeu de couleur bleu donne la somme

Élève 7

Quatrième étape :vérification
L'élève qui a le jeu de couleur vert vérifie.

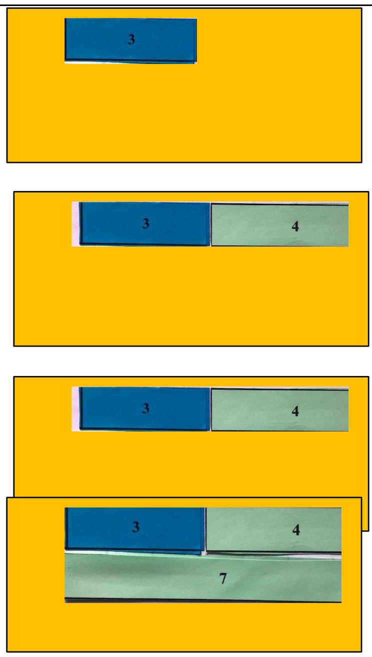


Figure 14 : les différentes étapes du jeu ***bandes/addition***

-Le premier joueur (bleu) peut placer sa bande 3 au centre, à gauche ou à droite du tapis.
-Le second joueur met sa bande dans le prolongement de la première, sans laisser d'espace donc bord à bord.
-Bien insister sur les termes : prolongement et bord à bord.
-Pour vérifier, il est possible de poser la bande 7 sur les bandes 3 et 4 ou juste dessous. Dans les deux cas, on constate que la longueur de la bande somme 7 est égale à la longueur des bandes 3 et 4 (respectivement 4 et 3).

Recherche
Proposer toutes les trente secondes un nouveau couple de nombres en changeant à chaque fois la couleur correspondant au premier joueur : 3 et 7 (bleu en premier) ; 2 et 5 (vert en premier) ; 4 et 4 (bleu en premier) ; 2 et 9 (vert en premier)

Plusieurs techniques de calcul sont attendues :

- Pour les trois premiers calculs, restituer un fait numérique connu : 3+7 ou 7+3, 2+5 ou 5+2, 4+4
- Pour le dernier calcul, compter à partir du plus grand nombre 9, le nombre de fois indiqué par le plus petit nombre c'est-à-dire 2.

Synthèse

Cette synthèse doit permettre de valider certains faits numériques en comparant la longueur des bandes initiales mises bout à bout dans le prolongement l'une de l'autre et la longueur de la bande dite « résultat ». Si ces longueurs sont égales, le résultat correspond bien à la somme.

Afin de montrer l'importance de ce temps d'échange à l'oral autour de la manipulation effective des bandes, nous proposons dans le bandeau ci-dessous la transcription de la correction de 2+9 menée dans une classe de CE1 en semaine 2 de septembre 2020 avant d'aborder la suite de la séance.

Correction du calcul 2+9 menée dans une classe de CE1 en septembre 2020

Les prénoms ont été modifiés pour respecter l'anonymat. La lettre E désigne un élève et la lettre P l'enseignant.

Le professeur est au tableau. Il utilise les jeux d'étiquettes aimantées bleues et vertes. Il pose la bande bleue 2 et dans le prolongement, bout à bout, la bande verte 9 et interroge Paul.

- P : « J'aimerais que Paul nous dise ce qu'il avait trouvé au départ ».
- Paul : « J'avais dit quatorze »
- P : « Est ce qu'on a une bande 14 ?
- E(s) : non
- P : « Quelles bandes Maria a-t-elle mises pour vérifier ? »
- Maria : « la bande 10 et la bande 4 »

Le professeur pose les bandes et s'adresse au groupe classe

-P : « Qu'est-ce qu'ils se sont dit ? »

-P : « Les deux bandes sont trop longues. Neuf plus deux ne fait pas quatorze. »

- E : « Ça fait onze. »

-P : « Qu'est-ce que je peux mettre ? »

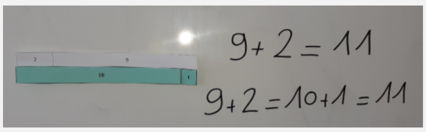
- E(s) : « La bande 10 et la bande 1 »
- P : « Qu'est-ce que je peux écrire comme phrase mathématique ? »

-E : « deux plus neuf égal onze »

-P : « Mais encore ? »

Au bout d'un temps les élèves proposent dix plus un.

Le professeur inscrit alors le calcul correspondant au tableau :



La correction proposée permet de revenir sur une erreur de calcul commise par un élève Paul que le professeur a repéré. Elle permet également de montrer en quoi la manipulation des bandes par Maria, son binôme s'est avérée utile pour valider un résultat.

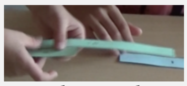
Ci-dessous un extrait de l'échange entre Paul et Maria filmé par le chercheur :

-Paul : « Ça fait quatorze. »

-Maria : « il n'y a pas le quatorze »

-Paul : « C'est ça quatorze ».

Il donne à Maria la bande 10 et la bande 4.



Maria place les deux bandes sous les bandes initiales pour vérifier :

- Paul : « Ça dépasse ».

Figure 16 : extrait d'un échange entre deux élèves au sujet du calcul 9+2

Figure 15: trace écrite relative au calcul de 9+2

Reprise

Les élèves sont invités à faire quatre parties en autonomie. À eux de choisir les bandes dont ils cherchent la somme. Après chaque partie, ils doivent écrire le calcul effectué sur une feuille.

Écrire les calculs permet de se familiariser avec les écritures arithmétiques et de noter les faits numériques mobilisés.

Afin de montrer l'importance de rentrer dans le registre des écritures arithmétiques, nous proposons dans le bandeau ci-dessous les productions de quatre binômes dans une classe de CE1 en semaine 2 de septembre 2020 avant d'aborder la suite de la séance.

Productions d'écritures arithmétiques en lien avec le jeu *bandes/addition*

A la lecture des calculs présentés à la figure 17, on constate :

- Qu'un seul calcul est faux : $7 + 9 = 9$
- La présence de doubles
- Deux écritures pour un même calcul $3 + 2 = 5$ et $2 + 3 = 5$.

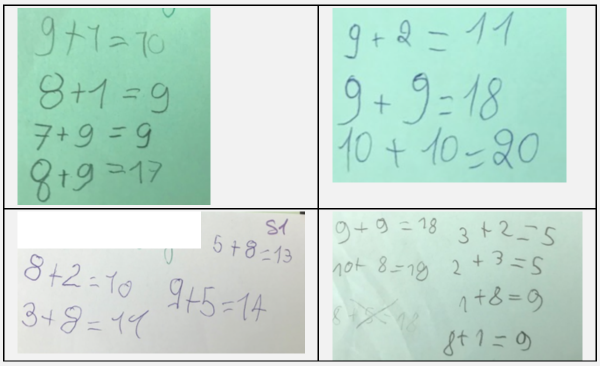


Figure 17 : calculs effectués en autonomie pendant une phase du jeu *bandes/addition*

Fin de cette séance avant d'aborder dans le prolongement la séance **S2 bis Sq1** qui a le même objectif, c'est-à-dire mobiliser les faits numériques connus ($F \leq 10$)

Chaque élève range ses bandes dans son enveloppe. L'enseignant ramasse les feuilles de calcul.

IX.3 Séance 2 bis : utiliser *les configurations de doigts* pour additionner des nombres inférieurs à dix (S2bis Sq1)

Déroulement 🕑 30'	**Remarques et commentaires**
Matériel par binôme • Un tapis de jeu (format A3) • Éventuellement une palette de peinture, un verre d'eau et du papier **Présentation** ***du jeu « configuration de doigts /addition »*** L'enseignant précise **que l'enjeu d'apprentissage est le même** que dans la séance précédente :« Il s'agit toujours de trouver des petites sommes mais sans manipuler les bandes. Celles-ci ne serviront qu'à vérifier les résultats au moment de la correction. » **Règle du jeu** Le jeu se joue à deux. Au début chaque joueur a ses mains cachées derrière son dos. L'enseignant donne un premier nombre, par exemple le nombre 6. Le premier joueur pose sur le tapis le nombre de doigts indiqué par l 'enseignant. L'enseignant donne un second nombre, par exemple le nombre 2. Le second joueur pose à son tour le nombre de doigts indiqué par l'enseignant. Le premier joueur donne le résultat de l'addition de 6 plus 2. L'enseignant valide en utilisant les *bandes* aimantées du tableau.	Les élèves vont utiliser les configurations de doigts pour donner les résultats des calculs additifs. La palette de peinture peut servir pour laisser une trace de ces configurations. Il est plus simple de garder les mêmes binômes et de désigner le premier joueur en se référant à la couleur de ses étiquettes (bleue ou verte).
Recherche L'enseignant propose toutes les trente secondes un nouveau couple de nombres en changeant à chaque fois la couleur correspondant au premier joueur : 4 et 6 (bleu en premier) 3 et 2 (vert en premier) 6 et 5 (bleu en premier) 5 et 8 (vert en premier)	

Synthèse

Elle permet de revenir sur l'ensemble des techniques utilisées pour le calcul des sommes et d'évaluer ces techniques :

1. La technique qui consiste à récupérer **un fait numérique** en mémoire. Elle est sûre et peu coûteuse en temps.
2. La technique qui consiste à compter le tout en utilisant ses doigts. Elle est difficile à mettre en œuvre ici car on a ses doigts posés sur la table.
3. La technique qui consiste à compter le tout mentalement. Elle est coûteuse en temps.
4. La technique qui consiste à sur compter en utilisant ses doigts. Elle est difficile à mettre en œuvre ici car on a ses doigts posés sur la table.
5. La technique qui consiste à sur compter mentalement. Elle est peu coûteuse en temps et sûre si le nombre qu'on ajoute est 1 ou 2.
6. La technique qui consiste à récupérer en mémoire les doubles et les utiliser pour calculer des presque doubles. Elle consiste à calculer par exemple 6+7 en calculant 6+6 puis en ajoutant 1 au résultat. Elle est sûre et peu couteuse en temps
7. La technique en appui sur dix. Elle consiste à calculer par exemple 4+7 en calculant 4+6 puis en ajoutant 1 au résultat. Elle est sûre et peu couteuse en temps.

Nous retenons deux critères pour évaluer une technique :
-Une technique est ***sûre*** quand elle permet *a priori* de trouver le résultat exact. Le risque de commettre une erreur est moindre quel que soit le calcul à effectuer.
- Une technique est ***peu coûteuse en temps*** quand elle permet *a priori* de trouver le résultat dans un temps relativement court quel que soit le calcul à effectuer.

Afin de montrer l'émergence de la technique en appui sur dix, nous proposons dans le bandeau ci-dessous la transcription de la correction de 6+5 menée dans une classe de CE1 en semaine 2 de septembre 2020 avant d'aborder la suite de la séance.

Émergence de la technique en appui sur dix dans une classe de CE1

Pour la correction de 6+5, le professeur envoie deux élèves au tableau (figure 18, partie gauche). La lettre E désigne un élève et la lettre P le professeur.

- P: « Qu'est-ce que vous voyez ? Qu'est-ce qu'on peut faire ? »
- E: « Ça fait onze »
- P : « Je ne vous demande pas le résultat mais ce que vous voyez, ce qu'on peut faire. »

L'élève qui a les 6 doigts levés (figure 18) *rapproche sa main droite de la main gauche de sa camarade.*

- E « Ces deux-là, ça fait dix » (figure 18 au centre)
- P : « Quelqu'un peut expliquer à nouveau ? »
- P : « Cinq plus cinq plus un »

Le professeur s'approche des deux élèves et prend leurs deux mains (figure 18 à droite)

- P : « Oui cinq plus cinq dix et encore un »

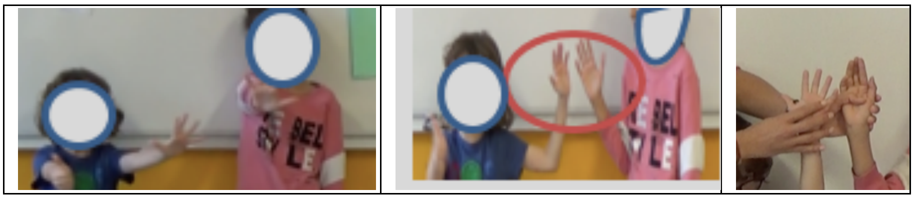


Figure 18 : technique en appui sur dix : $6 + 5 = 5 + 5 + 1$

Prolongement

Lors d’un atelier en classe entière ou en activités pédagogiques complémentaires (APC) prévoir de garder des traces des configurations de doigts du jeu *configuration de doigts/addition* (figure 19)

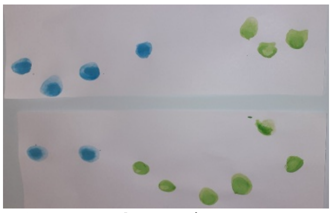


Figure 19 : Représentations correspondant à $4 + 3$ et à $2 + 6$

Les élèves doivent commencer par prendre l’empreinte de leurs dix doigts. A chaque calcul, ils ne posent que les configurations demandées. Cela permet d’éviter de devoir se rincer les doigts après chaque essai.

IX.4 Séance 3 : utiliser *les bandes* pour déterminer des compléments à des nombres inférieurs à dix (S3Sq1)

Déroulement 🕒 45' | **Remarques et commentaires**

Matériel par élève

- Les enveloppes de la séance 1 contenant les 11 bandes bleues ou vertes marquées aux initiales de chaque élève

Matériel par binôme

- Un tapis de jeu (format A3)
- Une feuille de note

Matériel pour la classe

- Le jeu de bandes « enseignant »

Rappel

Demander aux élèves s'ils se souviennent du jeu présenté à la séance précédente en montrant éventuellement la trace écrite obtenue en fin de séance 2 (figure 20)

Préciser à nouveau que les deux premières bandes devaient être dans le prolongement l'une de l'autre et bord à bord puis qu'il fallait trouver la somme des deux nombres indiqués sur ces deux mêmes bandes et que pour finir, il fallait vérifier qu'on ne s'était pas trompé en comparant la taille de la troisième bande avec celle des deux bandes « réunies ».

Le rappel peut avoir lieu au coin regroupement ou face au groupe classe.

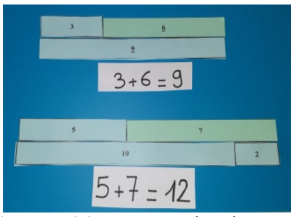


Figure 20 : exemple de trace écrite de fin de séance 2

Présentation *du jeu « bandes /compléments »*

Le jeu se joue à deux avec les bandes côté nombre visible. Chaque élève, désigné par sa couleur, pose sur le tapis la bande correspondant au nombre dicté par l'enseignant. Les deux bandes sont mises l'une sous l'autre sur le tapis de jeu, en alignant les bords gauches. Le premier joueur désigné doit dire quelle bande est nécessaire pour **compléter** la bande la plus courte. Le second joueur vérifie à l'aide de la bande proposée.

Préciser aux élèves qu'ils vont jouer à un nouveau jeu, le ***jeu bandes/compléments***

Règle du jeu

Première étape

Le joueur « bleu » pose la bande 3. Le joueur « vert » pose la bande 7 sous la bande bleue, en alignant les bords gauches des bandes.

Deuxième étape

Le joueur « bleu » dit combien il faut ajouter à 3 pour obtenir 7, ou quel est le complément de 3 à 7 ?

Élève : 4

Troisième étape

L'élève qui a le jeu de couleur verte vérifie en utilisant la bande nécessaire.

Figure 21 : différentes étapes du jeu ***bandes/compléments***

L'enseignant peut faire jouer un binôme pour cette partie de présentation. Il laisse au binôme le temps d'installer chaque bande sur le tapis, en étant rigoureux sur l'alignement des bords gauches des bandes.

L'enseignant verbalise la question de deux manières différentes : combien faut -il ajouter à 3 pour obtenir 7 ou quel est le complément de 3 à 7 ?

Les deux formulations permettent de donner implicitement la définition du complément du nombre a au nombre b : le complément de a à b est le nombre qu'il faut ajouter à a pour obtenir b.

Jeu

Les binômes jouent pendant 4 parties. L'enseignant donne les bandes à sortir et leur couleur, en veillant à les alterner.

- 3 et 7 (bleu en premier)
- 5 et 7 (vert en premier)
- 4 et 8 (bleu en premier)
- 3 et 9 (vert en premier)

Après validation du résultat à l'aide des bandes, les binômes écrivent l'opération correspondante sur la feuille de note.

Constituer de préférence des binômes homogènes avec des bandes de couleurs différentes.

Après chaque dictée de bandes ou à la fin des quatre parties, la correction est faite au tableau avec des bandes « enseignant ». L'enseignant écrit par exemple le nombre à trouver grâce à une addition à trous et éventuellement grâce à une soustraction.

Exemple : $3 + \cdots = 7$ et éventuellement $7 - 3 = \cdots$

Recherche

Différentes techniques peuvent être mises en œuvre par les élèves :

- Faire appel à un fait numérique connu : **c'est la technique attendue !**
- Sur compter à l'aide des doigts : l'élève part du plus petit nombre et compte avec ses doigts jusqu'au plus grand nombre.
- Indiquer avec ses doigts le plus grand nombre et rabaisser le nombre de doigts indiqué par le plus petit nombre et dénombrer les doigts qui restent levés.
- Proposer un résultat qui s'avère invalidé par les bandes puis ajuster son résultat (essais erreurs en positionnant des bandes de longueur « probable »).
- Retourner la bande côté carreaux pour déterminer le complément en comptant ou en visualisant directement le nombre de carreaux manquant.

L'objectif est **de récupérer les compléments en mémoire,** les procédures de sur comptage, d'essai erreur ou autres ne sont donc pas à privilégier.

Synthèse

Il s'agit de préciser aux élèves **l'importance de faire appel à sa mémoire** pour trouver le complément d'un nombre à un autre nombre et la possibilité d'utiliser une addition à trou ou éventuellement une soustraction pour donner le résultat.

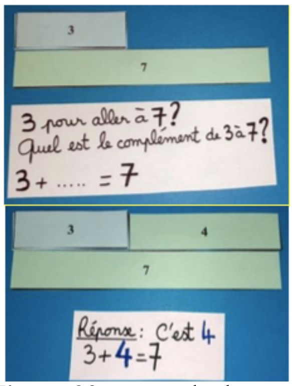


Figure 22 : exemple de trace écrite de fin de séance 3

IX.5 Séance 4 : autoévaluer la connaissance des faits numériques sur les nombres inférieurs à dix (S4Sq1)

Déroulement ⌚ 45'

Ce jeu se joue seul et en autonomie, il n'est donc pas nécessaire de prévoir le matériel pour chacun des élèves mais seulement pour quelques-uns.

Matériel par élève

- Dans une boîte les cartes et la règle du « *jeu des triples bandes* ».
- Deux plateaux vides, l'un marqué d'un cœur et l'autre marqué d'un cœur barré (figure 1).
- Les enveloppes de la séance 1 contenant les 11 bandes bleues ou vertes marquées aux initiales de chaque élève.

Figure 23 : matériel pour *le jeu des triples bandes*

Remarques et commentaires

Les triples bandes et la règle du jeu des *triples bandes* sont disponibles dans le matériel à photocopier.

Les triples bandes matérialisent les triplets de nombres (cf. partie théorique). Elles sont composées de deux bandes mises dans le prolongement l'une de l'autre et bout à bout et d'une bande somme placée juste en dessous. La place de l'inconnue et l'ordre des termes changent suivant *la triple bande*. Ainsi pour *la triple bande (1 ; 4 ; 5)*, on produira *six triples bandes* (figure 23 bis)

Triples bandes (1 ;4 ;5)

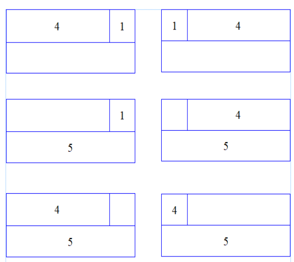


Figure 23 bis : matrice *triple bande* (1 ;4 ;5)

Présentation du jeu « *des triples bandes* »

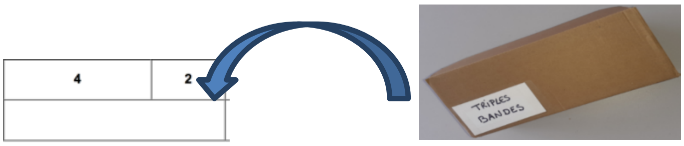
Indiquer aux élèves que le ***jeu des triples bandes*** est un jeu individuel auquel ils joueront seuls et en autonomie. **Le but de ce jeu est de s'autoévaluer,** c'est-à-dire de savoir les sommes et les compléments des nombres inférieurs à dix qu'ils connaissent par cœur.

La présentation est faite devant le groupe classe même si ce jeu sera à la disposition des élèves et qu'ils ne pourront être que quelques-uns à jouer simultanément (selon le nombre de boîtes préparées). Bien préciser et insister sur le but du jeu.

Règle du jeu

Première étape

On tire *une triple bande* de la boîte (figure 2) :

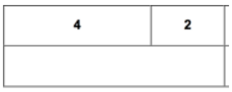


Deuxième étape

On cherche la somme 4+2.

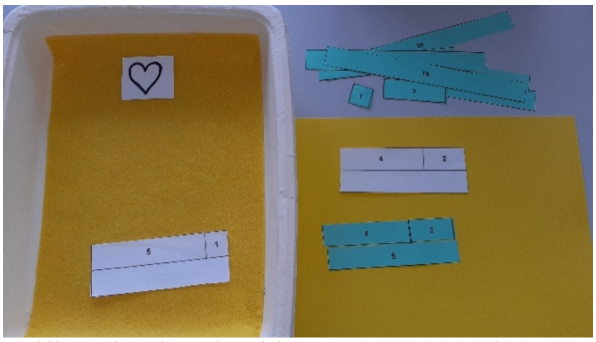
Troisième étape

Si on sait par cœur 4+2, sans utiliser ses doigts, sans compter dans sa tête alors on met l'étiquette sur le plateau avec un cœur. Si on doute, on met l'étiquette sur le plateau avec un cœur barré.



Quatrième étape : vérification

Une fois qu'on a tiré une vingtaine de *triples bandes*, on s'intéresse **uniquement** aux bandes qu'on a mises sur le plateau avec un cœur barré.



Utiliser les bandes bleues ou vertes de son enveloppe pour trouver ou vérifier le résultat.

Figure 25 : les différentes étapes du jeu *des triples bandes*

Demander aux élèves une fois qu'on a tiré une *triple bande* **de justifier** cette expression.

Triple car il y a trois bandes : les deux premières sont dans le prolongement l'une de l'autre et bord à bord. Celle de dessous correspond à la bande somme.

Il est important de tirer les deux types *de triples bandes* (somme et complément) pour expliciter avec les élèves ce qu'il faut chercher.

En l'occurrence dans *la triple bande* ci-dessous (figure 24 bis), verbaliser qu'il faut chercher le complément de 1 à 3.

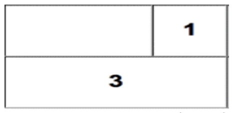


Figure 24 : *triple bande* (complément de 1 à 3 ; 1 ; 3)

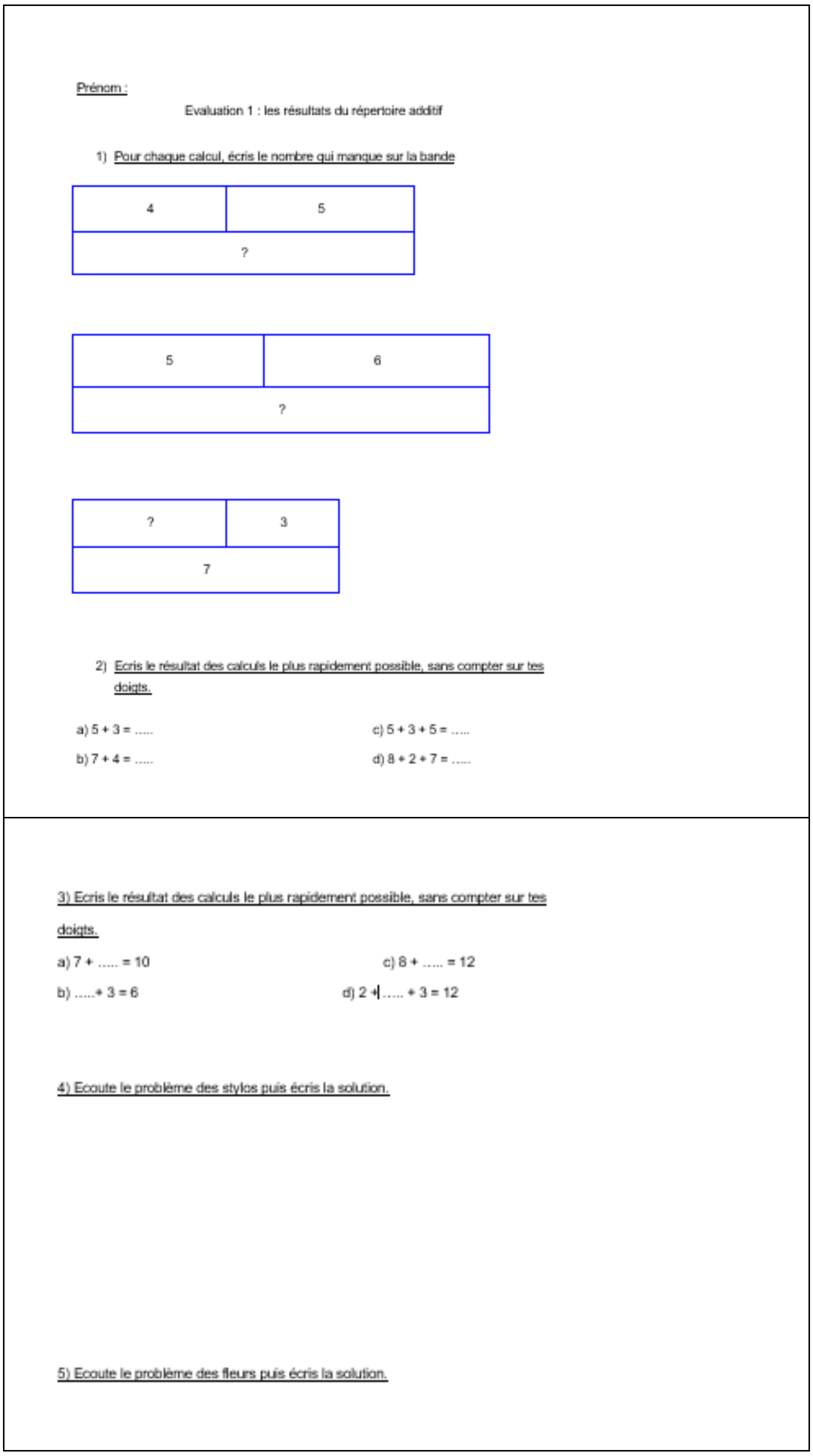
Recherche  Bien redire aux élèves qu'il s'agit de savoir à la fin d'une partie les résultats qu'on sait par cœur et ceux qu'on ne sait pas. Déposer des triples bandes sur le plateau avec le cœur barré permet de connaître les résultats qu'il faut mémoriser.	L'enseignant peut accompagner les élèves en difficulté en APC. Il peut trier *les triples bandes* pour ne donner que des sommes, des sommes et quelques compléments, puis que des compléments. Il faut qu'il arrive à convaincre les élèves de ne pas utiliser de stratégies de sauvegarde (compter sur les doigts, compter mentalement).

IX.6 Séance 5 : évaluer la connaissance du répertoire additif sous dix (S5Sq1)

Déroulement ⌚ 30’	Remarques et commentaires

Matériel par élève

- Une fiche évaluation (figure 26)



Prénom :

Evaluation 1 : les résultats du répertoire additif

1) Pour chaque calcul, écris le nombre qui manque sur la bande

2) Ecris le résultat des calculs le plus rapidement possible, sans compter sur tes doigts.

a) 5 + 3 = ...
c) 5 + 3 + 5 = ...
b) 7 + 4 = ...
d) 8 + 2 + 7 = ...

3) Ecris le résultat des calculs le plus rapidement possible, sans compter sur tes doigts.

a) 7 + ... = 10
c) 8 + ... = 12
b) .....+ 3 = 6
d) 2 + ... + 3 = 12

4) Ecoute le problème des stylos puis écris la solution.

5) Ecoute le problème des fleurs puis écris la solution.

Figure 26 : photographie de l’évaluation

L’évaluation (document élève et document enseignant) est disponible dans le matériel à photocopier.

Les résultats de l’évaluation ne permettront pas de savoir quels sont les faits numériques que les élèves connaissent réellement. En effet, certains élèves peuvent sur compter mentalement et donner la réponse correcte sans avoir récupéré mentalement les résultats. En revanche, l’évaluation telle qu’elle a été conçue permet aux élèves de retrouver des tâches « familières » : indiquer la longueur d’une bande (Q1 : *jeu des triples bandes*) ; trouver le résultat d’une addition et d’une addition à trou (Q2 et Q3 : *jeu des bandes/ addition* et *jeu des bandes/ compléments*).

Deux calculs

$$5 + 3 + 5 = \cdots$$

Et $2 + \cdots + 3 = 12$ sont complexes car ce type d’écriture arithmétique à trois termes n’a pas été « rencontrée » durant la séquence.

Les deux énoncés de problèmes (question 4 et 5) sont des problèmes « parties-tout » qui se schématisent facilement grâce à un schéma en barre. C’est l’occasion d’utiliser ce type de représentation et de donner une autre fonctionnalité.

Présentation de l'évaluation

<u>Question 1 :</u> montrer les *triples bandes* et inviter les élèves à expliciter la consigne. Préciser qu'il faut inscrire sur la bande le nombre qui manque en tenant compte du fait qu'une des bandes correspond à la somme des deux autres.
<u>Questions 2 et 3 :</u> indiquer aux élèves qu'ils vont effectuer les calculs, tous ensemble, et en temps limité car le travail effectué avec *les bandes* a permis d'apprendre à calculer rapidement, sans utiliser les doigts et sans réciter les nombres dans sa tête.

<u>Questions 4 et 5 :</u> indiquer aux élèves que deux énoncés de problèmes vont être lus et qu'ils ont un espace sur leur feuille pour répondre.

-Cette présentation peut être faite au coin de regroupement ou face au groupe classe en projetant l'énoncé grâce à un vidéo projecteur.
- Question 1 : bien insister sur la relation qui lie les trois nombres.

-Pour les questions 2 et 3, redonner l'enjeu d'apprentissage : mobiliser les faits numériques sur les petits nombres. Lire à haute voix chaque calcul puis laisser 5 secondes comme temps de recherche par calcul.

- Pour les questions 4 et 5, lire chaque énoncé deux fois et laisser 2 minutes pour répondre.
Afin de pouvoir envisager des remédiations éventuelles, nous proposons dans le bandeau ci-dessous un relevé des réussites et des erreurs commises par les élèves dans deux classes de CE1 en semaine 2 du mois de septembre 2020.

Analyse *a posteriori* des résultats obtenus à l'évaluation dans deux classes de CE1

L'effectif des deux classes est trop peu élevé pour indiquer les résultats de l'évaluation en pourcentage.

<u>Question 1 :</u>
- les deux premiers items sont réussis (recherche de la somme de 4+5 et 5+6) ;
- une erreur à signaler pour le troisième item : l'élève calcule la somme de 7 et 3 au lieu de chercher le complément de 3 à 7. Il semble souhaitable d'accompagner le travail de l'élève à l'occasion d'une partie du *jeu « triple bandes »* en l'incitant à verbaliser par lui-même ce qu'il cherche.

<u>Questions 2 et 3</u>
- Tous les calculs sont correctement effectués sauf le dernier : $2 + .. + 3 = 12$. Il n'est pas possible de savoir comment ceux qui ont trouvé la réponse exacte 7 ont procédé :
- Ont-ils décomposé 12 en 10+2 et donc vu que le nombre à chercher était le complément de 3 à 10 ?
- Ont-ils additionné 2 et 3 et cherché le complément de 5 à 12 ?
- Ont-ils procédé par réajustement : $8 + 2 = 10; 10 + 3 = 13$ donc 8 est trop grand, 7 convient

Question 4 et 5

Le premier problème qui mobilisait une addition est réussi par l'ensemble des élèves. Le second en revanche mérite d'être repris et schématisé par un modèle en barre donc par *une triple bande* pour permettre de visualiser que ce qu'on cherche est une « partie » du tout donc le complément de 5 à 12.

X Séquence 2 (Sq2)

X.1 Séance 1 : connaître les décompositions additives de dix en deux termes (S1Sq2)

<table>
<tr><th>Déroulement ⌚ 45’</th><th>Remarques et commentaires</th></tr>
<tr><td>

Matériel par élève

- Une enveloppe avec les 12 bandes (une bande de 5 en plus)
- Un stylo vert, un stylo bleu, une feuille blanche pour écrire
- 2 feuilles A4 cartonnées, une pour matérialiser l’espace de jeu et une pour cacher cet espace de jeu

Matériel pour la classe (synthèse)

- Une feuille A3
- 9 étiquettes portant l’égalité $10 = \cdots + \cdots$ à compléter (figure 27)

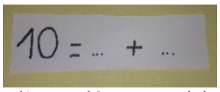


Figure 27 : étiquette d’une décomposition de dix à compléter

Matériel par binôme (prolongement)

- 9 cartes à jouer de 1 à 9 noires
- 9 cartes à jouer de 1 à 9 rouges
- Un tapis de jeu

</td><td>La matrice de la bande 5 supplémentaire est disponible dans le matériel à photocopier.</td></tr>
<tr><td>

Activité : trouver10 avec deux bandes

Distribuer les enveloppes fermées en précisant que dans chacune on a rajouté une bande de 5.

Donner **la consigne** :
« Vous allez jouer tout seul pour faire **un tapis de 10**. Vous sortez votre bande dix et juste dessous, vous mettez 2 bandes côte à côte, dans le prolongement l’une de l’autre, pour faire une bande de longueur dix. Vous continuez jusqu’à utiliser toutes les bandes de votre enveloppe. A la fin, vous allez obtenir un tapis de 10. »

</td><td>Faire verbaliser aux élèves que l’enveloppe contient maintenant 12 bandes.

Les élèves peuvent utiliser ou ne pas utiliser la deuxième bande de 10 sur le tapis de 10.</td></tr>
<tr><td>

Recherche

Distribuer à chaque élève la feuille A4 qui matérialise l’espace de travail. Quand les élèves ont terminé leur tapis de 10, ils le

</td><td></td></tr>
</table>

cachent avec leur deuxième feuille A4.
Donner **la consigne** : « Au stylo bleu vous notez sur votre feuille blanche les égalités du tapis de 10 que vous avez retenues de mémoire. »
Quand tous les élèves ont terminé, donner **la consigne** : « Rangez le stylo bleu puis enlevez la feuille qui cache le tapis de 10. Au stylo vert, copiez les égalités que vous avez oubliées. »

A titre indicatif, nous présentons dans le bandeau ci-dessous l'analyse des écrits mathématiques produits dans deux classes de CE1 en semaine 3 de septembre 2020 avant d'aborder la suite de la séance.

Analyse *a posteriori* des écrits mathématiques associés au « tapis de 10 » obtenus dans deux classes de CE1

Les écrits peuvent être classés en deux catégories (figure 28)

- Ceux qui donnent toutes les décompositions additives de 10 à une ou deux près. Parfois, l'égalité $10 = 10 + 0$ n'est pas notée
- Ceux qui ne donnent que cinq décompositions de 10. Ils proposent une égalité sans permuter les deux termes. Ils écrivent $10 = 8 + 2$ sans écrire $10 = 2 + 8$.

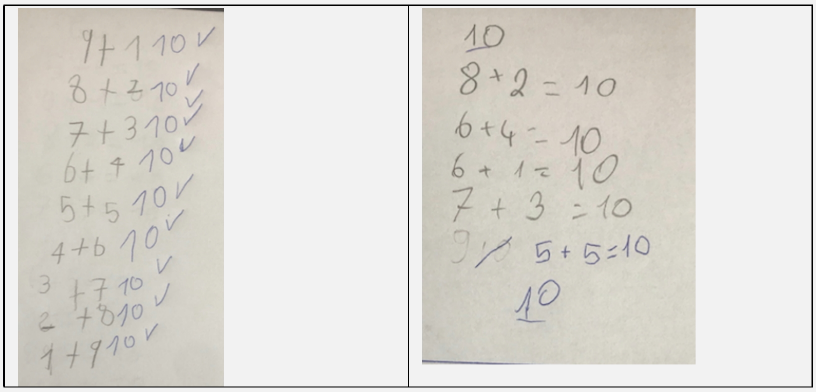


Figure 28 : exemple de liste de décompositions de 10 associées au tapis de 10

Dans la majorité des cas, les élèves ont organisé leur recherche pour élaborer leur tapis de 10 en mettant sur une première ligne la bande 9 et bout à bout dans le prolongement la bande 1 ; sur la seconde ligne, les bandes 8 et 2, …etc…
Parfois, les élèves se sont servis de la bande 10 qu'ils avaient en trop dans leur enveloppe et ont alors produit l'écriture :

$$10 = 10 + 0$$

Le signe égal, absent dans la partie gauche de la figure 28, est pourtant présent sur presque tous les écrits.

Synthèse : décompositions de dix

Lorsqu'un élève propose une égalité, compléter une des étiquettes 10 = …+… jusqu'à décliner toutes les décompositions additives.
Les étiquettes sont ensuite positionnées sur la feuille A3 pour présenter en regard les décompositions équivalentes (figure 19).

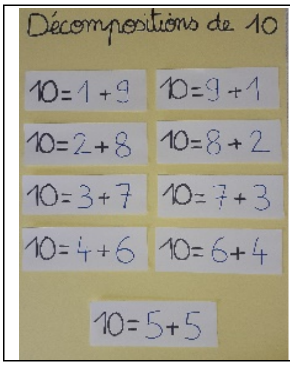


Figure 29: Affiche des décompositions additives de dix

Nous avons fait le choix de ne pas faire apparaître les deux écritures arithmétiques
10 = 10+0 et 10 = 0+10

Prolongement : trouver 10 avec 2 cartes

Les élèves jouent en binôme, avec chacun une couleur de carte.

Donner **la consigne :**
« Pour vous entraîner à retenir les décompositions de 10, vous allez jouer à deux. Chacun étale ses cartes devant lui. Le premier pose une carte, le second pose le complément à dix en disant à voix haute l'égalité. Vous vérifiez ensemble l'égalité sur l'affiche des décompositions additives de dix. »

Préciser qu'il ne faut pas utiliser ses doigts ni compter les symboles des cartes pour trouver le résultat mais on peut utiliser l'affiche des décompositions additives de dix.

Quand le jeu est fini, un élève lit une décomposition, la classe valide avec l'affiche et chaque équipe ramasse le couple de cartes énoncé.

X.2 Séance 2 : mobiliser les décompositions additives de 10en utilisant deux termes ou plus (S2Sq2)

Déroulement ⌚ 30’	Remarques et commentaires

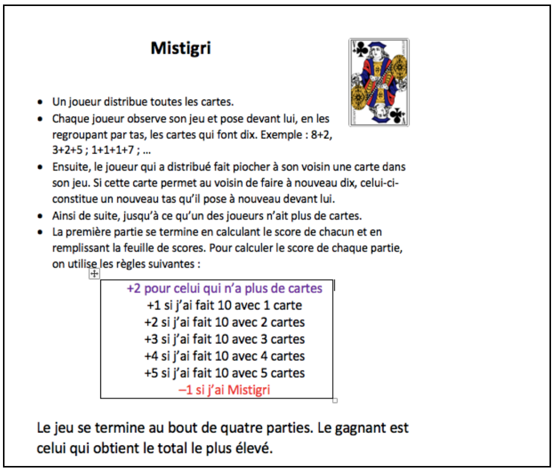
Matériel pour 4 élèves

- Un jeu de 52 cartes à jouer auquel il faut enlever toutes les figures sauf le valet de trèfle (au total 41 cartes par paquet).
- Un tapis de jeu.
- Une règle de jeu (figure 30).
- Une fiche indiquant le sens du jeu (figure 31).
- Une fiche de score (figure 32) et un stylo.
- Éventuellement quelques repose-cartes à jouer à distribuer en cas de besoin

La règle du *jeu mistigri*, la fiche indiquant le sens du jeu et la fiche de score sont disponibles dans le matériel à photocopier.

Plastifier ou cartonner quatre à six règles du jeu et quatre à six fiches indiquant le sens du jeu pour les réutiliser par la suite.

Le fait qu’il y ait quatre joueurs par table permet à chacun d’avoir 10 ou 11 cartes en début de partie.



Mistigri

- Un joueur distribue toutes les cartes.
- Chaque joueur observe son jeu et pose devant lui, en les regroupant par tas, les cartes qui font dix. Exemple : 8+2, 3+2+5 ; 1+1+1+7 ; …
- Ensuite, le joueur qui a distribué fait piocher à son voisin une carte dans son jeu. Si cette carte permet au voisin de faire à nouveau dix, celui-ci constitue un nouveau tas qu’il pose à nouveau devant lui.
- Ainsi de suite, jusqu’à ce qu’un des joueurs n’ait plus de cartes.
- La première partie se termine en calculant le score de chacun et en remplissant la feuille de scores. Pour calculer le score de chaque partie, on utilise les règles suivantes :

+2 pour celui qui n’a plus de cartes
+1 si j’ai fait 10 avec 1 carte
+2 si j’ai fait 10 avec 2 cartes
+3 si j’ai fait 10 avec 3 cartes
+4 si j’ai fait 10 avec 4 cartes
+5 si j’ai fait 10 avec 5 cartes
−1 si j’ai Mistigri

Le jeu se termine au bout de quatre parties. Le gagnant est celui qui obtient le total le plus élevé.

Figure 30 : règle du *jeu mistigri*

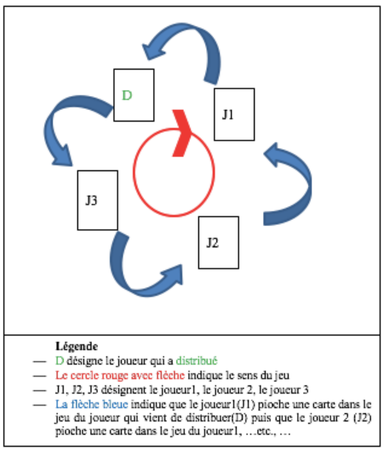


Figure 31: fiche indiquant le sens du jeu

Mistigri : feuille de scores

	Partie 1	Partie 2	Partie 3	Total
Prénom 1				
Prénom 2				
Prénom 3				
Prénom 4				

Figure 32 : fiche de score du *jeu mistigri*

Présentation du « *jeu mistigri* »

-Préciser **l'enjeu d'apprentissage :**
« Vous allez utiliser les décompositions additives de dix avec deux, trois ou quatre termes dans un jeu : le *jeu mistigri*. »

Il est plus simple pour présenter la règle du jeu de proposer à quatre élèves (groupe hétérogène) de jouer et de demander aux autres d'observer une partie. Cela permet de surcroît aux observateurs d'évaluer les stratégies mises en place par leurs camarades et éventuellement de les aider.

Présenter le matériel et la règle du jeu :

Le jeu est un jeu de cartes qui se joue à quatre. Les quatre joueurs sont assis à une table et les observateurs s'installent autour

<u>Première étape</u>

- Montrer le paquet de cartes, la règle du jeu et la fiche définissant le sens du jeu. **A cette étape, il vaut mieux ne pas introduire la fiche de score.**
- Demander quelle carte est représentée sur la règle du jeu. Dire que le valet de trèfle est le ***mistigri*** et qu'il joue un rôle particulier qu'on précisera à la fin de la partie.
- Expliquer la première étape, c'est-à-dire le fait qu'un joueur distribue toutes les cartes dans un sens précis. Désigner le distributeur et placer au centre du tapis la fiche indiquant le sens du jeu.
- Demander aux élèves ce que peuvent désigner le cercle rouge, la lettre D et les symboles J1, J2 et J3. Une fois que la légende a été expliquée, demander au distributeur de distribuer toutes les cartes.

Cette première étape vise à découvrir le contenu d'un paquet de cartes, d'imposer un sens de jeu (ici dans le sens des aiguilles d'une montre) et à choisir un élève chargé de distribuer toutes les cartes.

Deuxième étape - Lire ce qui est indiqué sur la règle du jeu : « Chaque joueur observe son jeu et pose devant lui, en les regroupant par tas, les cartes qui font dix. Exemple : 8+2, 3+2+5 ; 1+1+1+7 … » Laisser aux élèves du temps pour déposer les cartes, vérifier ensemble les tas constitués, demander aux observateurs s'ils voient d'autres possibilités.	Cette étape vise à retrouver et à déposer les décompositions de 10. Demander à certains élèves s'ils ont besoin de se référer à l'affiche accrochée sur le mur où on retrouve les décompositions de 10 à 2 termes. Proposer un repose-carte si besoin.
Troisième étape - Lire ce qui est indiqué sur la règle du jeu : « Ensuite, le joueur qui a distribué fait piocher à son voisin de gauche une carte dans son jeu. Si cette carte permet au voisin de faire à nouveau dix, celui-ci constitue un nouveau tas qu'il pose à nouveau devant lui. Ainsi de suite, jusqu'à ce qu'un des joueurs n'ait plus de cartes. » Expliquer alors la signification des flèches bleues sur la fiche toujours placée au centre du tapis qui indique le sens du jeu. Laisser les élèves jouer tout en vérifiant que les tas sont corrects et que le sens du jeu est respecté.	Cette troisième étape est la **plus délicate** car le premier joueur à piocher est celui indiqué par le sens du jeu donc situé à droite du distributeur et il pioche sur sa gauche!
Quatrième étape - Quand la partie est finie donc qu'un élève n'a plus de cartes entre les mains, calculer le score de chacun en lisant les règles inscrites sur la fiche de jeu : + 2 pour celui qui n'a plus de cartes + 1 si j'ai fait 10 avec 1 carte + 2 si j'ai fait 10 avec 2 cartes + 3 si j'ai fait 10 avec 3 cartes + 4 si j'ai fait 10 avec 4 cartes + 5 si j'ai fait 10 avec 5 cartes -1 si j'ai Mistigri	Cette étape introduit la fiche de score
Cinquième étape - Distribuer la fiche de score et demander aux quatre joueurs de la renseigner. - Lire la dernière phrase de la règle du jeu : « Le jeu se termine au bout de quatre parties. Le gagnant est celui qui obtient le total le plus élevé. »	Cette étape permet de remplir la fiche de score et de savoir que le jeu se termine au bout de quatre parties.

Transition Demander aux élèves d'indiquer toutes les étapes du ***mistigri*** : rôle du distributeur, intérêt de la fiche du sens du jeu, importance de trouver des décompositions de 10 avec le plus de termes possibles pour marquer le plus de points, intérêt de ne plus avoir de cartes et intérêt de se débarrasser de ***mistigri car il fait perdre 1 point.***	
Phase de jeu par groupe de 4	Ceux qui viennent de jouer peuvent continuer à jouer ou se répartir dans chaque groupe pour observer et superviser le jeu de leurs camarades sur une partie. Inciter les élèves à rendre visible les décompositions additives avant de constituer les tas.
Synthèse Insister sur les techniques qui permettent grâce à la **récupération en mémoire** des décompositions additives de 10 en deux termes de trouver des décompositions additives en trois termes. • <u>Technique 1 illustrée par un exemple</u> Je balaye du regard mon jeu pour trouver les deux cartes 9 et 1 ou les deux cartes 2 et 8, ou encore les deux cartes 3 et 7, …. etc… Si j'ai deux cartes dont la somme est 10 par exemple les cartes 3 et 7, je cherche en balayant du regard tout mon jeu les cartes 2 et 1 ou les cartes 1et 1 et 1 ou encore les cartes 5 et 2, ou encore 6 et 1… • <u>Technique 2 illustrée par un exemple</u> J'ai dans mon jeu la carte 2 et la carte 3. Je calcule la somme et je cherche le complément à 10 de 5. • <u>Technique 3 illustrée par un exemple</u> J'ai dans mon jeu la carte 1, je cherche alors le complément de 1 à 10. Je trouve 9, mais pour gagner plus de points, je regarde alors si dans mon jeu j'ai deux cartes dont la somme vaut 9. Je choisis la carte 3. Je cherche alors le complément de 3 à 9. Je trouve 6 et si j'ai la carte 6 dans mon jeu alors je pose les cartes 1,3 et 6.	La trace écrite est compliquée à rédiger : les techniques peuvent être exposées oralement.

Prolongement
Jouer avec deux jeux de 52 cartes auxquels on a enlevé les figures sauf un valet de trèfle et éventuellement les cartes 8, 9, 10 pour favoriser les décompositions à trois ou quatre termes.

XI Séquence 3

XI.1 Séance 1 : utiliser la technique en appui sur 10 pour effectuer un calcul sous vingt avec comme support *les configurations de doigts*(S1Sq3)

Déroulement ⌚ 30' | **Remarques et commentaires**

Matériel par binôme

- Un tapis de jeu (ou une feuille A3) sur lequel est indiqué dans un coin le nombre 10 (figure 33)
- Une feuille pour noter les résultats

Matériel pour la classe (phase de jeu et synthèse)

- Des étiquettes avec inscrits les deux nombres à ajouter qui seront complétées en fin de séance (figure 34)

Figure 33 : tapis de jeu marqué 10

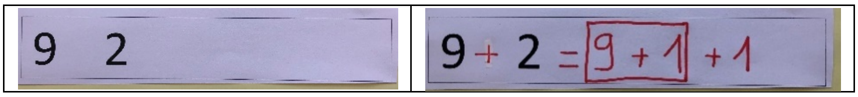


Figure 34 : exemple d'étiquette à imprimer qui sera complétée suite au jeu *du « dix plus… »*

Les étiquettes à compléter sont dans le matériel à photocopier.

Cette séance s'inscrit dans le prolongement direct de la séance S2bis Sq1. En effet, dans cette séance, les élèves avaient représenté des nombres grâce à des configurations de doigts et récupéré des faits numériques connus pour calculer des sommes inferieures à dix ($F \leq 10$). Par ailleurs, certains élèves **avaient spontanément effectué des groupements de doigts** pour calculer des sommes supérieures à dix (figure 18, S2bis Sq1) et donc utilisé « spontanément » la technique en appui sur dix qui va être l'objet d'enseignement de la séquence.

Encadrer la décomposition additive dont la somme égale 10 par **un rectangle**. Cet ostensif **symbolise le tapis de dix.**

Présentation du jeu *« du dix plus … »*

Étape préalable

L'enjeu de cette étape est de visualiser un nombre et ses différentes décompositions additives par des configurations de doigts.

La décomposition additive choisie est représentée par un certain nombre de doigts posés et de doigts levés.

Consigne « Demander à chaque élève de montrer 8 doigts et de poser ensuite 3 de ses 8 doigts sur la table. »
Explicter le fait que
- 3 doigts sont posés
- 5 doigts sont encore levés
- et 2 doigts sont toujours repliés.

S'assurer que les élèves après avoir levé un certain nombre de doigts posent par la suite le bon nombre de doigts tout en gardant le bon nombre de doigts repliés sur plusieurs

	exemples : - montrer 6 doigts et en poser 5 ; montrer 7 doigts et en poser 4 ; montrer 3 doigts et en poser 1 ; …etc…
Règle du jeu du « *dix plus* … » Préciser **l'enjeu d'apprentissage :** « vous allez calculer la somme de deux nombres en vous servant des décompositions de 10. »	L'enseignant peut faire jouer un binôme pour cette partie de présentation.
Le jeu se joue à deux avec un tapis qui sert à poser dix doigts. Montrer le tapis où le nombre 10 est marqué (figure 33). Montrer une étiquette qui indique les nombres qu'il faudra additionner (partie gauche de la figure 34). • Pour trouver le résultat de 9 + 2, un des joueurs montre et pose sur le tapis 9 doigts. • Le second joueur montre alors 2 doigts et pose sur le tapis, le complément à 9 de 10.	Autre formulation : « le second joueur pose à son tour sur le tapis le nombre de doigts qu'il faut parmi ses doigts levés pour obtenir 10. Attention, il doit tenir compte du nombre de doigts que son camarade a déjà posé sur le tapis de jeu. »
• Le premier joueur donne le résultat de 9 + 2 sous la forme *dix plus un*. Le second joueur note le résultat de 9 + 2 sous la forme : 9 + 2 = $\boxed{9 + 1}$ + 1 (partie droite de la figure 34)	Le résultat final correspond à dix (les dix doigts posés sur le tapis) plus « … » (« … » correspond au nombre de doigts levés). Afin de montrer l'importance de la validation nous proposons dans le bandeau ci-dessous la retranscription et l'analyse d'un calcul en appui sur 10 effectué par deux élèves dans une classe de CE1 en semaine 1 d'octobre 2020 avant d'aborder la suite de la séance

Recherche et difficultés rencontrées pour effectuer 7+4 dans le jeu du dix plus…

L'ensemble des élèves arrivent sans aucune difficulté à montrer spontanément 7 et 4 doigts (partie gauche de la figure 35) et à poser par exemple 4 doigts sur le tapis (partie droite de la figure 35)

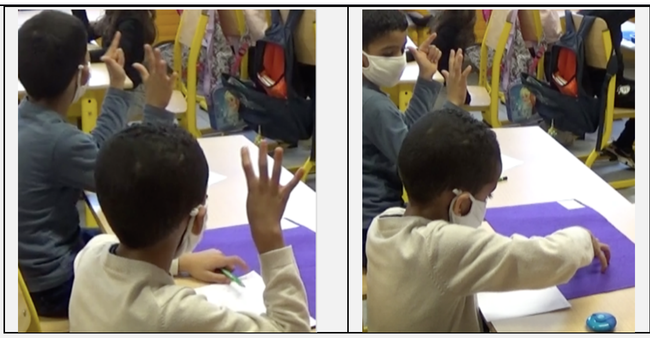


Figure 35 : les deux premières étapes du jeu *du dix plus*…

Deux types d'erreurs apparaissent lorsque le premier joueur pose 4 doigts sur le tapis :

- Le second joueur pose 7 doigts sur le tapis auquel cas, il n'a pas tenu compte du nombre de doigts déjà posés sur le tapis (ici 4) et n'a donc pas recherché le complément à 4 de 10.
- Le second joueur pose bien 6 doigts sur le tapis, mais replie tous les autres doigts (figure 4 partie gauche). Il rectifie après un temps d'échange avec son camarade (figure 4 partie droite) et note le résultat 7 + 4 = 4 + 6 + 1= 11. D'où l'importance de ce moment de validation repris en classe entière pendant la correction.
-

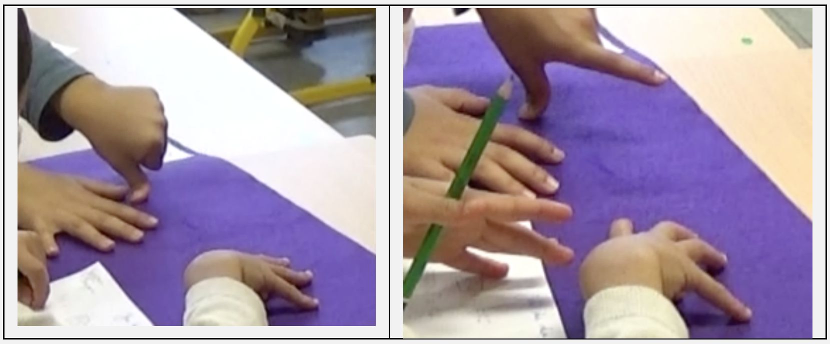


Figure 36 : De la difficulté à garder des doigts pliés, posés et levés dans le jeu *du dix plus*…

Recherche

Consigne : « Effectuer tous les calculs des étiquettes : 9/2, 4/8, 5/9, 6/6, 9/5 »

Synthèse et prolongement

Afficher les cinq calculs effectués (figure 37) et préciser aux élèves qu'ils vont jouer prochainement au même jeu *du dix plus* … mais en utilisant les bandes de leurs enveloppes à la place de leurs doigts.

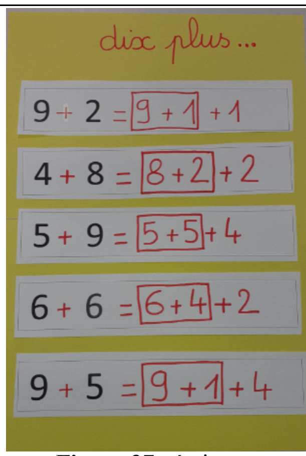


Figure 37 : écritures arithmétiques en appui sur 10

X XI.3 Séance 1bis : utiliser la technique en appui sur 10 pour effectuer un calcul sous vingt avec comme support *les bandes* (S1bis Sq3)

Déroulement 🕑 45'

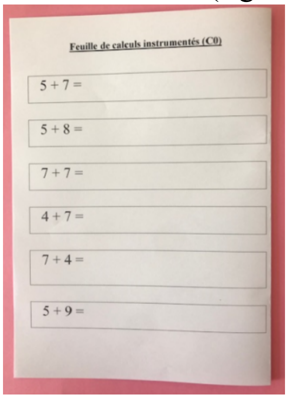
Remarques et commentaires

Matériel pour un groupe de quatre élèves

- Une feuille (C0) sur laquelle les calculs à effectuer sont indiqués qui sera complétée au fur et à mesure par les élèves eux-mêmes (figure 38)
- Deux barquettes contenant deux jeux de *bandes* complets. Les couleurs n'ont pas d'importance. (figure 39)
- Un tapis de jeu (ou une feuille A3)

Matériel pour la classe (synthèse)

- Deux affiches (figure 40 et figure 41)


Feuille de calculs instrumentés (C0)

5 + 7 =

5 + 8 =

7 + 7 =

4 + 7 =

7 + 4 =

5 + 9 =

Figure 38 : feuille de calculs (C0) pour le jeu du dix plus…

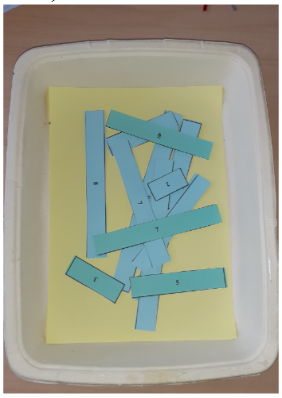


Figure 39 : barquettes avec bandes

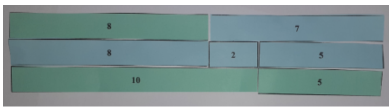


Figure 40 : un calcul en appui sur dix effectué en s'aidant des bandes

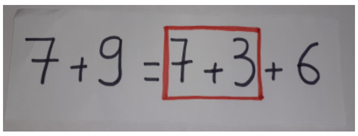


Figure 41 : exemple de calcul effectué avec la technique en appui sur dix

La feuille de calcul (C0) est disponible dans le matériel à photocopier.
Cette séance s'inscrit dans le prolongement direct de la séance S1 Sq3 car l'objectif est le même. Elle permet d'utiliser un outil complémentaire aux constellations de doigts *les bandes.* Outil qui par ailleursavait permis aux élèves dès la séance 2 de la première séquence des écritures arithmétiques de la forme : $9 + 2 = 10 + 1$ (figure 15, S3Sq1).

Présentation du jeu *« du dix plus … »*

Préciser aux élèves qu'ils vont jouer au jeu *du dix plus…* en utilisant les bandes de leurs enveloppes et non plus leurs doigts.

Demander aux élèves de redonner l'enjeu d'apprentissage du **jeu *du dix plus…*** : *« Le jeu du dix plus…* permet de calculer la somme de deux nombres en se servant des décompositions de 10 ».

Cette phase de rappel est primordiale. Le fait de se référer à l'affiche (figure 37, S1Sq3) qui présente des écritures arithmétiques de la forme :

$$4 + 8 = \boxed{8 + 2} + 2$$

$$9 + 5 = \boxed{9 + 1} + 4$$

permet de repérer et d'oraliser le fait que :

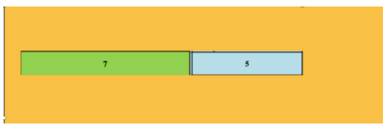
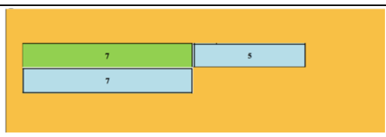
- Dans chaque rectangle on trouve un des termes du calcul à effectuer. **On peut éventuellement le repasser en couleur.**
- Dans chaque rectangle, on trouve une décomposition de dix.

Présentation de l'organisation du jeu

Le jeu se joue à quatre joueurs : une équipe A de deux joueurs et une équipe B de deux joueurs. Chaque équipe joue à son tour et doit effectuer un calcul inscrit sur une feuille en s'appuyant sur le nombre dix. Chaque équipe dispose de deux lots de bandes rassemblés dans une barquette. Le tapis de jeu sert à poser les bandes.

Il est envisageable de lancer l'activité avec un groupe de quatre élèves (rester présent pendant les deux premières parties) puis lancer l'activité avec un second groupe, …etc…. Cela suppose que le matériel sur chaque table soit déjà installé et qu'en attendant « leur tour » les élèves travaillent en autonomie.

Règle du jeu

Première étape Les joueurs de l'équipe A lisent le calcul à effectuer ici 5 + 7 et posent les bandes correspondantes.	
Deuxième étape Les joueurs de l'équipe B posent dessous et bord à bord une des deux bandes (ici la 7 par exemple).	

La difficulté consiste à savoir quelle bande placer dans le prolongement et bout à bout de la bande 7 pour obtenir 10 (figure 42 bis).

Figure 42 : obtenir *dix*

Puis chercher quelle bande placer dans le prolongement de la bande de 3 pour obtenir une bande de 5 (figure 42 bis bis)

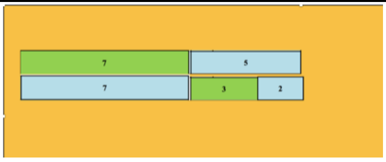
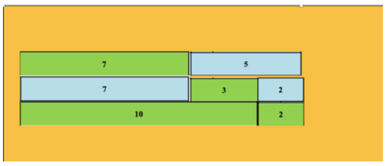
<u>Troisième étape</u> Les joueurs de l'équipe B **remplacent la seconde bande** (ici la bande 5) par deux bandes qui vont permettre d'exprimer le calcul sous la forme ***dix plus…***	
<u>Quatrième étape</u> Les joueurs de l'équipe B placent sur une dernière ligne la bande dix et la bande « … » et dictent aux joueurs de l'équipe A, le calcul correspondant : $7 + 5 = \boxed{7 + 3} + 2 = 10 + 2$	
<u>Cinquième étape</u> Les rôles sont inversés. Les joueurs de l'équipe B prennent la fiche de calcul et lisent le second calcul à effectuer. Ils placent les bandes. Les joueurs de l'équipe A poursuivent…	

Figure 42 : différentes étapes du jeu ***dix plus…***

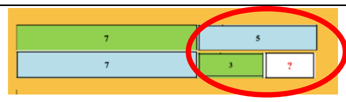


Figure 42 bis bis : obtenir le nombre qui correspond à « ... »

Encadrer la décomposition additive de dix permet de repérer quelle décomposition additive de 10 a été utilisée.

Afin de montrer les difficultés et les avantages à jouer au jeu *du dix plus* ..., nous proposons dans le bandeau ci-dessous l'analyse de la mise en œuvre du jeu dans deux classes de CE1 en semaine 1 d'octobre 2020 avant d'aborder la suite de la séance.

Recherche collaborative pour manipuler les bandes dans le jeu du dix plus…

<u>Durant les deux ou trois premières parties, le jeu est difficile à intégrer</u> :

- Les élèves de l'équipe A posent les deux bandes correspondant au calcul à effectuer sans tenir compte du fait que leurs camarades sont placés en face d'eux et donc leur donnent à lire les nombres « en miroir ». Le professeur doit intervenir.
- Les élèves de l'équipe B veulent poser directement la bande 10, ce qui incite le professeur à préciser qu'il s'agit d'obtenir 10 mais à partir d'une des deux bandes. Au début du jeu, il est plus simple de désigner la première bande, c'est-à-dire celle située à gauche.
- Une fois cette première bande posée, certains élèves ne pensent pas à se référer aux décompositions de 10 pour trouver la deuxième bande. Ils remettent la première bande auquel cas, le calcul n'avance pas. Ou ils mettent une bande au hasard et poursuivent le calcul en se référant aux longueurs sans obtenir 10.
- Certains élèves cherchent à mettre une fois obtenu le « 10 », deux bandes au lieu d'une, ce qui donne par exemple $5 + 8 = \boxed{5 + 5} + 2 + 1$. C'est juste mais cela ne correspond pas à *dix plus un nombre*.
- Comme les essais prennent du temps, les élèves de l'équipe A, ceux qui ne calculent pas ne suivent plus le jeu. Ils ne se sentent concernés qu'au moment d'écrire le résultat du calcul.

Par la suite, quand les règles sont assimilées, tout va très vite : 2 minutes pour faire un calcul ! Les élèves de l'équipe A coopèrent et même s'ils ne verbalisent pas ce qu'ils font et pourquoi ils le font, ils échangent et coordonnent leurs gestes. (figure 43)

Figure 43 : coopération et efficacité pour trouver le résultat sous la forme *dix plus…*

Synthèse

- Réaliser une affiche avec un assemblage de bandes correspondant au calcul de 8+7 (figure40)

Consigne : « Écrire sur son ardoise le calcul correspondant. Oralement, justifier les différentes étapes du calcul ».

- Sur l'affiche écrire un calcul sous la forme du dix plus… (figure 41) $7 + 9 = \boxed{7 + 3} + 6$

Consigne : « Réaliser sur son ardoise un schéma avec des bandes qui correspond à ce calcul. Oralement, expliciter les différentes étapes qui ont permis de réaliser le schéma. »

La synthèse permet de s'appuyer sur un schéma pour expliciter au moyen des écritures arithmétiques les différentes étapes d'un calcul tout en justifiant à l'oral les décompositions mobilisées.
Inversement partir d'une écriture arithmétique pour trouver le schéma avec des bandes correspondant permet de repérer directement l'un des deux termes et de recomposer le second terme du calcul.

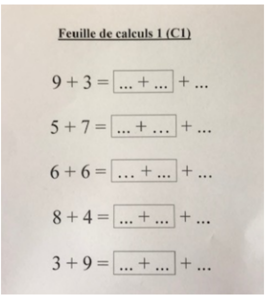
XI.4 Séance 2 : utiliser la technique en appui sur 10 pour effectuer un calcul sous vingt en ligne (S2Sq3)

Déroulement 🕒 45'

Remarques et commentaires

Matériel par élève

- Une feuille de calculs (C1) (figure 44).
- Une feuille de calculs (C2) qui est la même feuille que celle distribuée pour le travail en binôme (figure 45).


Feuille de calculs 1 (C1)

9 + 3 = ... + ... + ...

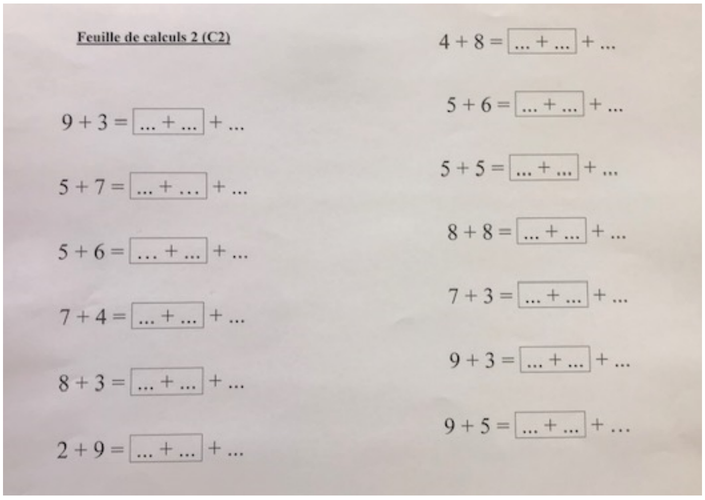
5 + 7 = ... + ... + ...

6 + 6 = ... + ... + ...

8 + 4 = ... + ... + ...

3 + 9 = ... + ... + ...

Figure 44 : Première feuille de calcul en ligne de sommes sous vingt


Feuille de calculs 2 (C2)

9 + 3 = ... + ... + ...

5 + 7 = ... + ... + ...

5 + 6 = ... + ... + ...

7 + 4 = ... + ... + ...

8 + 3 = ... + ... + ...

2 + 9 = ... + ... + ...

4 + 8 = ... + ... + ...

5 + 6 = ... + ... + ...

5 + 5 = ... + ... + ...

8 + 8 = ... + ... + ...

7 + 3 = ... + ... + ...

9 + 3 = ... + ... + ...

9 + 5 = ... + ... + ...

Figure 45 : seconde feuille de calcul en ligne de sommes sous vingt

Matériel par binôme

- Une feuille de calculs (C2) (figure 45).

Les deux feuilles de calculs (C1) et (C2) sont dans le matériel à photocopier.

Cette séance est une séance de **calcul en ligne** qui vise à mettre en œuvre la technique de calcul en appui sur dix pour calculer des sommes inférieures à vingt. Dans cette séance, les élèves ne manipulent plus ni les constellations de doigts (S1Sq3) ni *les bandes* (S1bis Sq3) mais manipulent **uniquement lesnombres**. Par ailleurs, ils vont devoir produire un discours oral pour décrire et justifier les deux étapes incontournables qui interviennent dans la mise en œuvre de la technique.

Matériel pour la classe (phase de synthèse)

- Un vidéo projecteur pour projeter un à un les calculs des feuilles C1 et C2 ou tableau blanc interactif ou affiches au tableau

Le vidéo projecteur présente l'avantage de pouvoir corriger les calculs les uns après les autres et de ne pas surcharger le tableau.

Présentation de l'activité Préciser que dans cette séance, on n'utilise ni les doigts, ni les bandes, ni les cartes à jouer mais que l'enjeu d'apprentissage est toujours de calculer la somme de deux nombres en se ramenant à un calcul de la forme ***dix plus …***	Indiquer éventuellement aux élèves que la séance est partagée **en trois temps** : un premier temps où ils vont travailler seul, un second temps où ils vont travailler en binôme et un dernier temps où ils retravaillent seul.
Première fiche de calculs C1 **et** 1° Distribuer la fiche C1 **Consigne** : « observer les calculs à effectuer »	Insister sur la présentation des calculs : - Que veut dire le rectangle ? Le rectangle veut dire « dix ». - Peut-on écrire dix dans le rectangle ? Non, on écrit deux nombres dont la somme égale dix. - Ces deux nombres sont-ils pris au hasard ? Non, un de ces nombres est connu : il correspond à un des termes de la somme qu'on cherche à calculer.
2° **Consigne** : « Chercher tous ensemble les deux premiers calculs »	Partir des propositions des élèves, notamment des propositions incorrectes, laisser les élèves échanger entre eux et se corriger mutuellement.
3° Demander aux élèves de chercher seul les trois derniers calculs.	Ce temps de recherche individuelle doit permettre aux élèves de rentrer dans la tâche avant d'engager le travail de recherche en binôme. Il est préférable de ne pas corriger ces trois calculs afin de ne pas influencer les échanges oraux qui vont suivre.
Seconde fiche de calculs C2 **et** **Consigne** : « Dans chaque binôme, chacun votre tour, vous effectuez un calcul et vous expliquez à votre camarade votre manière de procéder. Ce travail fini, vous referez la même chose mais ce coup-ci en vous adressant à toute la classe. »	Trois cas de figure sont **intéressants à observer** pendant le temps de recherche : - l'élève écrit mais n'explique rien sauf si l'enseignant vient

	le relancer. - l'élève écrit et explique à son camarade. Dans ce cas, il semblerait qu'il justifie en quelque sorte sa manière de faire. -l'élève explique à son camarade avant d'écrire. Dans ce cas, il semblerait qu'il donne le mode d'emploi de la technique avant de la mettre en œuvre. Afin de montrer l'intérêt de ce travail d'explicitation, nous présentons dans le bandeau ci-dessous, des éléments saillants qui ressortent des discours des élèves produits dans deux classes de CE1 en semaine 1 d'octobre 2020 avant d'aborder la suite de la séance

Explicitation du choix des nombres ou justification des nombres choisis dans les calculs en ligne

Nous nous basons sur les discours prononcés par les « binômes » face au groupe classe, discours en lien avec les trois premiers calculs de la feuille C2 : 9 +3 = $\boxed{\ldots + \ldots}$ +… ; 5 + 7= $\boxed{\ldots + \ldots}$ +… ; 5 + 6= $\boxed{\ldots + \ldots}$ +…. .

Nous avons fait le choix, pour ne pas alourdir la rédaction de nous limiter à analyser au total, **six discours d'élèves**. Ces premiers discours sont davantage significatifs du travail effectué par les deux élèves pendant la phase de recherche et sont moins influencés par les éléments de discours antérieurs et les interventions respectives des professeurs.

- Sur les 6 discours « spontanés » prononcés par les élèves, 4 discours se limitent à **l'effectuation du calcul** qu'ils sont en train de corriger (figure 46). En effet, une fois arrivés au tableau les élèves écrivent par exemple 9 +3 = $\boxed{9+1}$ +2 ou donnent oralement la réponse neuf plus trois égal neuf plus un plus deux. Il est intéressant de noter que le professeur adopte alors trois types de postures : il **ne relance pas** (classe A, premier calcul); il **relance de façon détournée** en indiquant *« je n'entends rien »* (classe A, troisième calcul); il **relance en demandant à l'élève une justification** « *Pourquoi 1, pourquoi 2, pourquoi 1 ici et pourquoi 2 là* ?

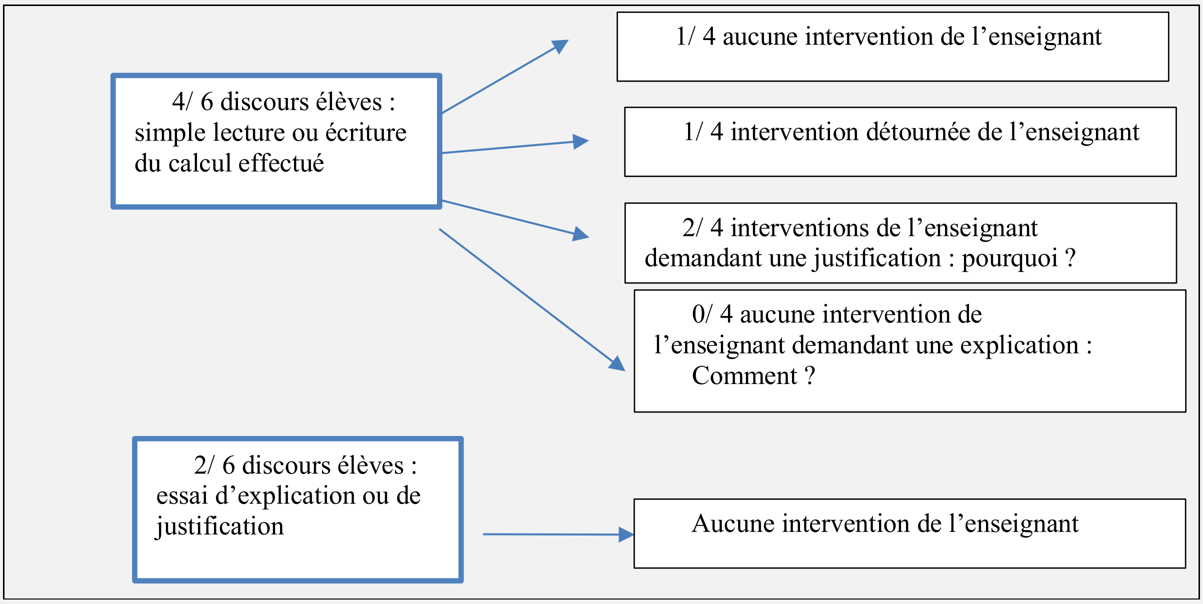


Figure 46 : types de discours élève et types d'intervention enseignant

- **Analyse des 3 discours élèves (E) avec relance du professeur (P)**

Premier discours	**Second discours**	**Troisième discours**
$5 + 6 = \boxed{5+5} + 1$ E: « On a pris 5 au 6 donc il en reste 1, ça fait onze »	$9 + 3 = \boxed{9+1} + 2$ E :« Parce que le 1 c'est le 1 de 3 et le 2, c'est le 2 de 3 » P : « d'accord mais pourquoi ici on met 1 et pas 2 à la place en montrant le chiffre inscrit dans le rectangle » E : « Si on met 2 ça va faire 11 ». P : « d'accord, on met 1 pour aller à 10 et les 2, c'est les 2 qui restent dans 3 »	$5 + 7 = \boxed{5+5} + 2$ E: « Parce que 5 plus 5 égal à dix et 2 parce que ça fait douze. » P : « Non, pourquoi 2 ? » E : « C'est les 2 du 7. » P : « Les 2 on les retrouve dans 5+2=7 »

- Pour les élèves, cela va de soit qu'ils n'ont ni à expliquer, ni à justifier qu'un des nombres inscrits dans le rectangle correspond au premier terme du calcul. La première étape du mode d'emploi de la technique est inhérente à la technique en appui sur dix telle que nous l'avons introduite (cf. séquences instrumentées avec les constellations de doigts ou les bandes).

- Avec leurs « mots » : « *on a pris, il en reste, on a mis, les deux du sept* » les élèves indiquent qu'ils ont cherché une décomposition additive du second nombre, sans expliciter que pour ce faire, ils ont tenu compte du premier nombre inscrit dans le rectangle.

- Même s'ils ne le disent pas spontanément, à la question pourquoi, ils savent justifier que dans la technique en appui sur dix, la somme des deux nombres inscrits dans le rectangle égal dix.

- **Analyse des 2 discours explicatifs spontanés**

Premier discours

L'élève qui a le feutre écrit 5 puis encore 5 sans parler puis parle : « J'en ai 7 et j'en ai enlevé 5 ». Elle écrit alors le 2 et complète le calcul *5+7=*$\boxed{5+5}$*+2= 10+2 =12. Le camarade n'a rien dit.*

Commentaire : Le troisième nombre est le résultat d'une soustraction 7-5. Il correspond au complément de 5 à 7

Second discours

- « On met le 5 ». *L'élève l'écrit* :
5 + 6= $\boxed{5+\ ...}$ + ...
- « Là, j'écris le 5, ça fait dix ». *L'élève l'écrit 5 + 6=* $\boxed{5+5}$ + ...
- « Et là je mets le 1 ». *L'élève montre où sans l'écrire*

- « car avec le 5 ici sans le 5 là ». *L'élève cache le premier 5 et montre le second »*

« Ça va faire 6 comme ici ». *L'élève montre le 6 écrit à gauche du signe égal*

Commentaire : Le troisième nombre est le complément de 5 à 6

Il est à noter que dans les discours et de façon générale quand les élèves expliquent comment ils ont fait pour trouver un nombre du calcul à effectuer, ils parlent et montrent avant d'écrire.

Reprise de la fiche de calculs C2

Consigne : nous venons de corriger tous les calculs que vous aviez cherchés à deux et d'écouter les explications que chaque binôme a données. A vous de refaire tous les calculs tout seul. Nous vous distribuons la même feuille. Une fois que vous avez fini, vous noterez le temps que vous avez mis

Les calculs étant nombreux, les élèves ne peuvent pas avoir mémorisé tous les résultats par cœur. Il est donc intéressant de comparer les productions obtenues pour chaque élève dans la phase de travail en binôme et dans la phase de travail individuel.
Par ailleurs, il est important de repérer les erreurs commises en vue de les analyser et d'y remédier.
Afin de montrer l'intérêt de cette double évaluation et d'analyser les erreurs présentes, nous revenons sur les résultats obtenus dans une classe de de CE1 en semaine 1 d'octobre 2020 avant d'aborder la fin de la séance.

Comparaison entre le travail produit en binôme et le travail réalisé seul dans une classe de CE1

Nous présentons deux tableaux. Dans le premier (figure 47), nous trouvons dans la première colonne le relevé des calculs à effectuer. Sur la première ligne, sont notés pour chaque colonne, les élèves qui ont travaillé ensemble a1 et a2, b1, b2 et b3, c4, …etc… Dans le second tableau (figure 48), le même principe est retenu. Les résultats en revanche correspondent aux résultats du travail individuel. Dans chaque case, quand la lettre majuscule J est présente, cela signifie que le calcul est juste. Le nombre suivant noté entre parenthèses désigne le nombre que l'élève a « conservé » pour effectuer son calcul. Exemple, dans le calcul 9 + 3 = $\boxed{\ldots + \ldots}$ + … J (9) veut dire que l'élève a choisi de décomposer de cette manière : 9 + 3 = $\boxed{9 +1}$ + 2. J(3) veut dire que l'élève a choisi de décomposer de cette manière : 9 + 3 = $\boxed{3 +7}$ + 2. Quand c'est le second nombre qui est choisi, nous avons noté le résultat en bleu une couleur de police bleue. Par ailleurs, en jaune, sont signalées les décompositions qui ne s'appuient pas sur dix. Par exemple : 2 + 9 = 2+7+2 et en rose, les erreurs relatives au calcul du troisième terme. Par exemple, pour 9 + 3 = $\boxed{9 +1}$ + 4 . En vert clair sont notés les calculs inachevés et en vert foncé, les calculs très éloignés de la technique en appui sur dix car l'élève écrit a+b=a+c.

	a1+a2	b1+b2+b3	c1+c2	d1+d2
9 + 3 = $\boxed{\ +\ }$ +	J(9) ;	J(9)	J(9)	J(9)
5 + 7 = $\boxed{\ +\ }$ +	J(5)	J(5)	J(5)	J(5)
5 + 6 = $\boxed{\ +\ }$ +	J(5)	J(5)	J(6)	J(6)
7 + 4 = $\boxed{\ +\ }$ +	J(7)	J(7)	J(7)	J(7)
8 + 3 = $\boxed{\ +\ }$ +	J(8)	J(8)	J(8)	J(8)
2 + 9 = $\boxed{\ +\ }$ +	2+7+2	J(2)	J(2)	J(9)
4 + 8 = $\boxed{\ +\ }$ +	4+5+3	J(4)	J(4)	J(8)
5 + 6 = $\boxed{\ +\ }$ +	J(5)	J(5)	J(5)	J(6)
5 + 5 = $\boxed{\ +\ }$ +	J(5); F(1) 5+5+1	J(5)	J(5)	J(5)
8 + 8 = $\boxed{\ +\ }$ +	J(10); F(2) 8+2+2	J(8)	J(8)	J(8)
7 + 3 = $\boxed{\ +\ }$ +	7+3+1	J(7)	J(7)	J(7)
9 + 3 = $\boxed{\ +\ }$ +	J(9)	J(9)	J(9)	J(9)
9 + 5 = $\boxed{\ +\ }$ +		J(9)	J(9)	J(9)

Figure 47 : résultats du travail effectué en binôme dans une classe de CE1 dédoublée

	a1 9 min12	a2 9 min	b1 9 min	b2 4min	b3 6min	c1 5min10s	c2 9min40s	d1 5min30s	d2 4min
9 + 3 = $\boxed{\ +\ }$ +	J(9) ;	9+1+4	J(9) 9+..+2	J(9)	J(9)	J(9)	9+ 3+1	J(9)	J(9)
5 + 7 = $\boxed{\ +\ }$ +	J(5)	5+5+0	J(5)	J(5)	J(5)	J(5)	5+ 7+6	J(5)	J(5)
5 + 6 = $\boxed{\ +\ }$ +	J(5)		J5+..+1(5)	J(5)	J(5)	J(5)	5+ 6+2	J(6)	J(5)
7 + 4 = $\boxed{\ +\ }$ +	J(7)	J(7)	7+..+2	J(7)	4+2+1	J(7)	7+ 4+1	J(7)	J(7)
8 + 3 = $\boxed{\ +\ }$ +	J(8)	8+2+2	J (8) 8+..+1	J(8)	9+1+2	J(8)	8+ 3+2	8+2+2	J(8)
2 + 9 = $\boxed{\ +\ }$ +	2+8+2	2+7+2	2+..+1	8+2+1	8+1+1	J(2)	2+9+1	9+1+2	J(2)
4 + 8 = $\boxed{\ +\ }$ +	4+5+1	4+5+1	4+..+1	J(8)	4+3+1	J(4)	4+8+2	J(8)	J(4)
5 + 6 = $\boxed{\ +\ }$ +	5+5+2	5+5+0	5+..+2	J(5)	J(5)	J(5)	5+6+1	6+4+2	J(5)
5 + 5 = $\boxed{\ +\ }$ +	5+5+2	J(5)	5+..+1	J(5)	J(5)	J(5)	J(5)	5+5+2	J(5)
8 + 8 = $\boxed{\ +\ }$ +	8+2+2	8+2+2	8+..+2	2+8+6	3+4+1	J(8)	8+2+1	8+2+2	J(8)
7 + 3 = $\boxed{\ +\ }$ +	7+3+2	7+3+1	7+..+1	J(7)	J(7)	J(7)	7+3+1	7+3+2	J(7)
9 + 3 = $\boxed{\ +\ }$ +	J(9)	9+1+1	9+..+2	J(9)	J(9)	J(9)	J(9)	J(9)	J(9)
9 + 5 = $\boxed{\ +\ }$ +	9+1+2	9+1+1	9+..+1	J(9)	9+1+2	J(9)	J(9)	J(9)	J(9)

Figure 48 : résultats du travail individuel effectué dans une classe de CE1 dédoublée

- La lecture des deux tableaux permet de signaler que le premier binôme (a1 et a2) n'a fait que les cinq premiers calculs justes. Leurs erreurs proviennent du fait qu'ils ne savent pas, après avoir noté une décomposition de dix correcte, rechercher le nombre « … » qui correspond à dix plus « … ». La correction n'a permis à aucun des deux élèves de revenir sur leurs erreurs.
- Sur les trois élèves b1, b2 et b3 qui ont su faire tous les calculs justes, un seul b1 n'arrive pas du tout à mettre en œuvre la technique en appui sur dix.
- Sur le binôme c1+c2, un seul élève c1 sait refaire tous les calculs de façon correcte.
- Les deux élèves du binôme d1 et d2 sont performants ensemble et séparément.

En conséquence de quoi, sur les neuf élèves présents, quatre doivent reprendre la technique en appui sur dix avec probablement l'aide du professeur. Il s'agit de repérer et de les amener à repérer ce qu'ils savent et ce qu'ils ne savent pas et revenir éventuellement sur la technique instrumentée avec constellations de doigts et bandes. Une des priorités est de les amener à verbaliser comment et pourquoi pour leur permettre de travailler les trois étapes incontournables de la technique.

Fin de la séance Préciser aux élèves qu'ils auront l'occasion d'appliquer à nouveau cette technique qui fait appel à la connaissance des faits numériques et à la décomposition des nombres.

XIISéquence 4

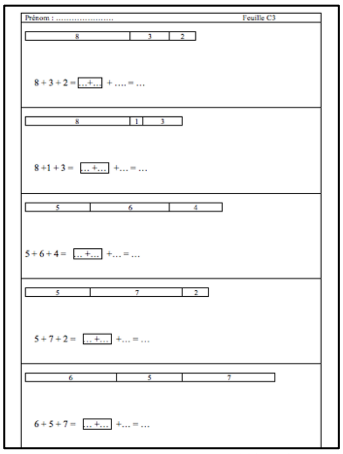
XII.1 Séance 1 : utiliser la technique en appui sur 10 pour effectuer la somme de trois chiffres(S1Sq4)

Déroulement 🕒 45'

Remarques et commentaires

Matériel par élève

- Une feuille de calculs (C3) (figure 49).
- Une feuille de calculs (C4) (figure 50).


Prénom : .... Feuille C3

8 + 3 + 2 = ...+... + ... = ...

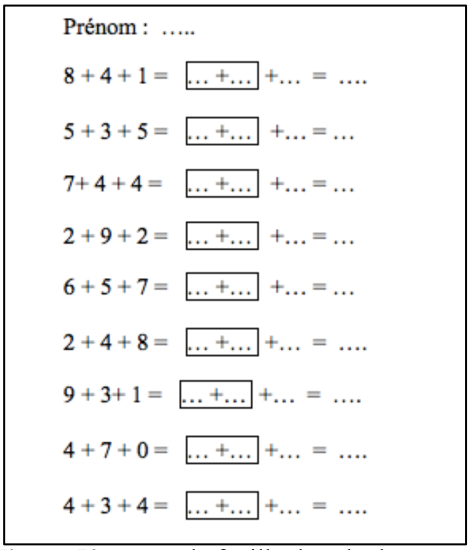
8 + 1 + 3 = ...+... + ... = ...

5 + 6 + 4 = ...+... + ... = ...

5 + 7 + 2 = ...+... + ... = ...

6 + 5 + 7 = ...+... + ... = ...

Figure 49 : première feuille de calcul en ligne de sommes de trois termes


Prénom : .....

8 + 4 + 1 = ... +... +... = ...

5 + 3 + 5 = ... +... +... = ...

7+ 4 + 4 = ... +... +... = ...

2 + 9 + 2 = ... +... +... = ...

6 + 5 + 7 = ... +... +... = ...

2 + 4 + 8 = ... +... +... = ...

9 + 3+ 1 = ... +... +... = ...

4 + 7 + 0 = ... +... +... = ...

4 + 3 + 4 = ... +... +... = ...

Figure 50 : seconde feuille de calcul en ligne de sommes de trois termes

Matériel par binôme

- Une feuille de calculs (C4) (figure 50).

Les deux feuilles de calculs (C3) et (C4) sont dans le matériel à photocopier.

Cette séance est une séance de **calcul en ligne** qui vise à mettre en œuvre la technique de calcul en appui sur dix pour calculer **la somme de trois termes.**

Le fait qu'il y ait trois termes amène **à choisir** parmi ces trois termes **deux d'entre eux** pour s'engager dans le calcul. Ce choix dépend de la connaissance des faits numériques et de l'adaptabilité dont fait preuve chaque calculateur.

Exemple : 8+3+2

- Choisir 8 et 2 ou 2 et 8 permet d'obtenir directement la somme sous la forme demandée : $\boxed{8+2}+3$
- Choisir 8 et 3 ou 3 et 8 oblige à calculer cette somme sous la forme $\boxed{8+2}+1$ et à effectuer 1+2 pour trouver le résultat final sous la forme demandée.
- Choisir 3 et 2 ou 2 et 3 amène à calculer 5+8 sous la forme $\boxed{5+5}+3$ ou $\boxed{8+2}+3$.

Par ailleurs, comme dans la séance précédente (S2Sq3) les élèves vont devoir produire un discours oral pour décrire les étapes qui interviennent dans la mise en œuvre de la technique.

Le **fait d'associer à un calcul un schéma avec *trois bandes*** (figure 49) permet de s'appuyer sur ce schéma

<table>
<tr>
<td>

Matériel pour la classe (phase de synthèse)

- Un vidéo projecteur pour projeter un à un les calculs des feuilles C3 et C4 ou tableau blanc interactif ou affiches au tableau.

</td>
<td>pour « visualiser » les combinaisons choisies, les décompositions et recompositions mobilisées.</td>
</tr>
<tr>
<td>

Présentation de la fiche de calculs C3 et

1° Distribuer la fiche C3 et donner la consigne : « observer les calculs à effectuer »

</td>
<td>- Préciser que le schéma représente trois bandes (par exemple 8,3 et 2) mises bout à bout et que la longueur de ces trois bandes correspond au calcul à effectuer (par exemple 8+3+2).
- Indiquer qu'on attend le résultat de ce calcul sous la forme dix plus « … »
- Rappeler que le rectangle veut dire « dix » et que dans ce rectangle on écrit deux nombres dont la somme égale dix.</td>
</tr>
<tr>
<td>

2° - Donner la consigne : « Chercher tous ensemble les deux premiers calculs »
- Après avoir écouté une proposition, compléter le schéma de bandes

Exemples de schémas complétés :

<u>Pour le premier calcul :</u> $8 + 3 + 2 = \boxed{\ldots + \ldots} + \ldots. = \ldots$

<table><tr><td>8</td><td>3</td><td>2</td></tr></table>

<table><tr><td>8</td><td>2</td><td>3</td></tr></table>

$8 + 3 + 2 = \boxed{8+2} + 3 = 13$

<u>Pour le second calcul :</u> $8 + 1 + 3 = \boxed{\ldots + \ldots} + \ldots. = \ldots$

Première proposition

<table><tr><td>8</td><td>1</td><td>3</td></tr></table>

<table><tr><td>9</td><td>3</td></tr></table>

<table><tr><td>9</td><td>1</td><td>2</td></tr></table>

$8 + 1 + 3 = \boxed{9+1} + 2 = 12$

</td>
<td>Demander aux élèves de réfléchir individuellement aux combinaisons qu'ils vont faire sans rien écrire sur leur feuille. Interroger un élève et discuter collectivement de sa proposition en complétant le schéma de bandes.

Choisir les bandes 8 et 2 permet d'obtenir directement la bande somme 10. Intervertir le placement des bandes 2 et 3 ne change pas la longueur de la bande somme (conséquence de la commutativité de l'addition sur les entiers).

Si deux propositions émergent, il est intéressant de les prendre en compte.
Remplacer les deux bandes 8 et 1 par la bande somme 9. Ensuite, remplacer la bande 3 en deux bandes 1 et 2 afin de prendre appui sur 10.</td>
</tr>
</table>

Seconde proposition

8	1	3

8	3	1

8	2	1	1

$8 + 1 + 3 = \boxed{8+2} + 2 = 12$

Choisir les bandes 8 et 3. Remplacer la bande 3 par deux bandes 2 et 1 afin de prendre appui sur 10.

3° Demander aux élèves de chercher seul les trois derniers calculs.

Seconde fiche de calculs C4  **et** 

Consigne : « Dans chaque binôme, chacun votre tour, vous effectuez un calcul et vous expliquez à votre camarade votre manière de procéder. Ce travail fini, vous referez la même chose mais ce coup-ci en vous adressant à toute la classe. »

Reprise de la fiche de calculs C2 

Consigne : nous venons de corriger tous les calculs que vous aviez cherché à deux et écouté les explications que chaque binôme a donné. A vous de refaire tous les calculs tout seul. Nous vous distribuons la même feuille. Une fois que vous avez fini, vous noterez le temps que vous avez mis.

Il est important de repérer les erreurs commises en vue de les analyser et d'y remédier.
Afin de revenir sur certaines d'entre elles et de montrer l'intérêt de proposer des sommes à trois termes, nous analysons les résultats obtenus dans une classe de CE1 en semaine 2 d'octobre 2020 avant d'aborder la fin de la séance.

Résultats obtenus dans une classe de CE1 relatifs aux calculs de somme à trois termes

Nous présentons dans un diagramme en bâtons (figure 51) le nombre de réponses correctes pour chaque calcul (couleur verte) , de calculs faux (couleur rouge), de calculs non faits (couleur orange) sur 13 réponses recueillies (13 correspond à l'effectif du groupe de CE1 dans une classe de CP-CE1). Nous avons regroupé les calculs en fonction de leurs caractéristiques sans respecter l'ordre dans lequel ils étaient posés sur la feuille C3 afin de faciliter la lecture et l'analyse des données.

- 2 élèves sur les 13 présents n'ont cherché que les deux premiers calculs qui sont 8+4+1 et 5+3+5. Tous les autres élèves ont cherché les réponses à tous les calculs.
- Comme attendu, les calculs les mieux réussis sont les trois premiers (5+3+5, 2+4+8, 9+3+1). Les dix élèves qui les ont faits justes ont directement regroupé les deux termes dont la somme égale 10 (5 et 5, 2 et 8, 9 et 1).
- Le dernier calcul 4+7+0 est aussi très bien réussi (9 réponses justes sur 11). Sur les 9 réponses proposées, une seule correspond à 4+6+1.Les 8 autres sont de la forme 7+3+1.

- Les calculs 8+4+1 et 7+4+4 se ressemblent car le premier chiffre du calcul est le chiffre le plus grand des trois et pour obtenir 10, il faut ensuite décomposer le second terme. Les 9 élèves ont d'ailleurs commencé par obtenir 8+2 et 7+3. Quand leurs réponses sont fausses, c'est qu'ils n'ont pas effectué le calcul de 2+1 et de 4+1. Ils n'ont pas reporté sur le troisième terme le complément à 2 de 10 ou le complément à 3 de 4.
- 2+9+2 a la particularité d'avoir le plus grand chiffre 9 au milieu. 10 élèves sur les 11 se ramènent d'ailleurs à $\boxed{9+1}$+…. . Une seule se ramène à $\boxed{2+8}$+3. Les réponses fausses s'expliquent par le non report du 1 qu'il reste à ajouter à 2.
- Parmi les quatre réponses justes à 6+5+7 calcul où le dernier chiffre est celui qui est le plus grand, on trouve 6+5+7=$\boxed{6+4}$+8 ou 6+5+7=$\boxed{5+5}$+8 ou 6+5+7=$\boxed{7+3}$+8.
- Parmi les quatre réponses justes à 4+3+4, on trouve autant de $\boxed{7+3}$+1 que de $\boxed{4+6}$+1. Or il semblerait que le premier calcul soit moins source d'erreurs que le second.

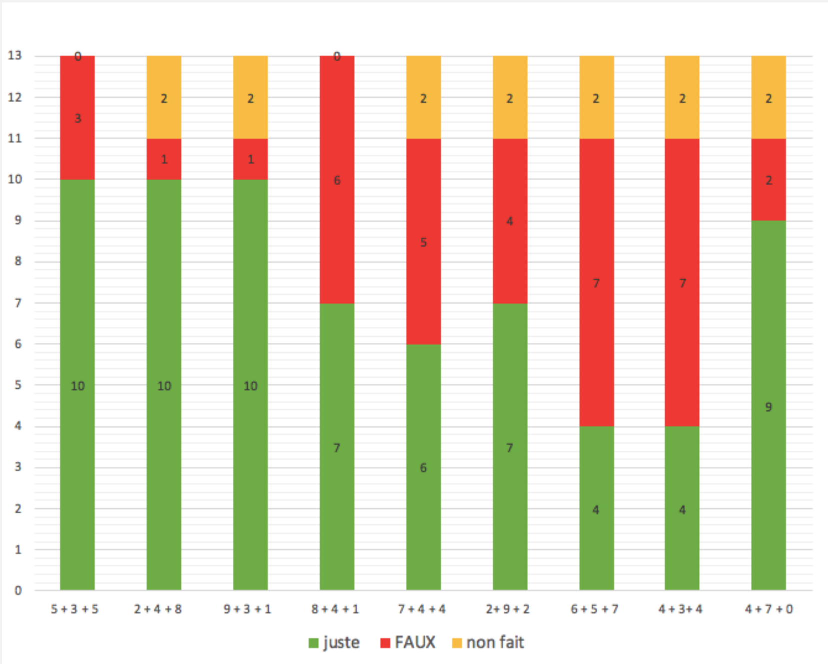


Figure 51 : nombre de résultats justes et faux par calcul correspondant à la somme de trois termes.

Fin de la séance

Préciser aux élèves qu'ils auront l'occasion d'appliquer à nouveau cette technique qui fait appel à la connaissance des faits numériques et à la décomposition des nombres.

Prolongement 

Après avoir analysé les résultats des élèves, proposer un travail en groupe de besoins en reprenant les calculs de somme à trois termes mais en les associant à des manipulations de bandes.

<u>Illustration</u> : supposons que l'élève reçoive la bande somme $4+7+8$ et le calcul correspondant à compléter avec la technique en appui sur dix : $4+7+8=\boxed{\cdots+\cdots}+\cdots$.

Consigne : « A toi de découper la bande somme et de réaliser les combinaisons que tu souhaites puis de faire des échanges afin d'obtenir dix en utilisant les bandes de ton enveloppe. »

Exemple de réalisation

4	7	8

Après découpage des trois bandes et déplacement

8	4	7

Après échange de la bande 4 pour obtenir 10 en « partant » de

8	2	2	7

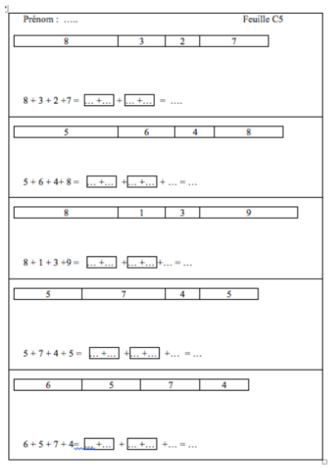
Donc $4+7+8=\boxed{8+2}+9=19$.

XII.2 Séance 2 : utiliser la technique en appui sur 10 pour effectuer la somme de quatre chiffres (S2Sq4)

Déroulement 🕑 45’	Remarques et commentaires

Matériel par élève

- Une feuille de calculs (C5) (figure 52)
- Une feuille de calculs (C6) (figure 53)


Prénom : ….. Feuille C5

8 | 3 | 2 | 7

8 + 3 + 2 +7 = [… +…] + [… +…] = ….

5 | 6 | 4 | 8

5 + 6 + 4+ 8 = [… +…] +[… +…] + … = …

8 | 1 | 3 | 9

8 + 1 + 3 +9 = [… +…] +[… +…]+… = …

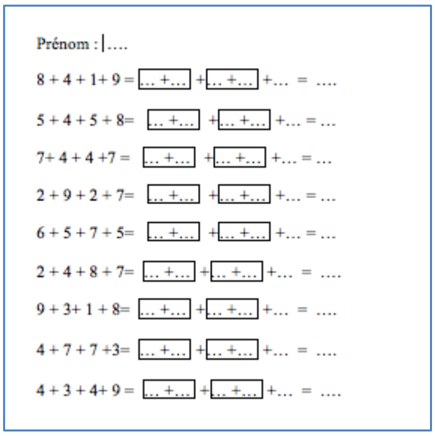
5 | 7 | 4 | 5

5 + 7 + 4 + 5 = [… +…] +[… +…] +… = …

6 | 5 | 7 | 4

6 + 5 + 7 + 4= [… +…] + [… +…] +… = …

Figure 52 : feuille de calcul (C5) en ligne de sommes de quatre termes


Prénom : |….

8 + 4 + 1+ 9 = [… +…] +[… +…] +… = ….

5 + 4 + 5 + 8= [… +…] +[… +…] +… = …

7+ 4 + 4 +7 = [… +…] +[… +…] +… = …

2 + 9 + 2 + 7= [… +…] +[… +…] +… = …

6 + 5 + 7 + 5= [… +…] +[… +…] +… = …

2 + 4 + 8 + 7= [… +…] +[… +…] +… = ….

9 + 3+ 1 + 8= [… +…] +[… +…] +… = ….

4 + 7 + 7 +3= [… +…] +[… +…] +… = ….

4 + 3 + 4+ 9 = [… +…] +[… +…] +… = ….

Figure 53 : feuille de calcul (C6) en ligne de sommes de quatre termes

Matériel par binôme

- Une feuille de calculs (C6) (figure 53).

Matériel pour la classe (phase de synthèse)

- Un vidéo projecteur pour projeter un à un les calculs des feuilles C5 et C6 ou tableau blanc interactif ou affiches au tableau.

Les deux feuilles de calculs (C5) et (C6) ainsi que la grille d’évaluation sont dans le matériel à photocopier.

Cette séance est une séance de **calcul en ligne** qui vise à mettre en œuvre la technique de calcul en appui sur dix pour calculer **la somme de quatre termes.**

Elle s’inscrit dans le prolongement de la précédente, elle est construite sur le même modèle.

Rappelons que le fait d’associer à un calcul un schéma avec *quatre bandes* (figure 52) permet de s’appuyer sur ce schéma pour « visualiser » les combinaisons choisies, les décompositions et recompositions mobilisées.

Présentation de la fiche de calculs C3 et

1° Distribuer la fiche C3 et donner la consigne : « observer les calculs à effectuer et chercher mentalement les deux premiers calculs. »
2° Après avoir écouté les propositions, corriger ces deux calculs.
3° Demander aux élèves de chercher seul les trois derniers calculs.

Afin de revenir sur l'importance de ce temps d'appropriation de la tâche, nous proposons la retranscription des échanges observés dans une classe de CE1 en semaine 2 d'octobre 2020 avant d'aborder la fin de la séance.

Retranscription des échanges lors de la présentation de la fiche de calculs relative à la somme de quatre termes

Dans la retranscription ci-dessous, les lettres E et P désignent respectivement un élève et le professeur. Les schémas faits au tableau sont repris car l'image n'était pas assez nette pour être insérée dans le document.

- E : « On voit des bandes, il y a la bande huit, la bande trois , la bande deux et la bande sept. »
- E : « On voit huit plus deux plus trois plus sept».
- P : « Ce calcul correspond aux quatre bandes qu'on a mis bout à bout. »
- E : « Il y a deux boites à dix. On doit mettre dix à l'intérieur. On doit fabriquer dix à l'intérieur. »

Le professeur ne relève pas l'utilisation de l'expression « boîte à dix ».

- P : « On va faire ensemble le premier calcul. Pour l'instant vous n'écrivez pas. Vous réfléchissez. »
- E : « huit plus deux parce que ça fait dix et trois plus sept parce que ça fait dix. »
- P : « Est-ce que quelqu'un peut me donner le résultat ? »
- E : « vingt »
- P : « Facile à expliquer, vingt car dix plus dix. Vous pouvez l'écrire. Vous réfléchissez au deuxième calcul : *5+6+4+8* . Vous n'écrivez rien, vous réfléchissez. »

Au bout d'une minute, le professeur interroge un élève pour corriger $5+6+4+8 = \boxed{\ldots+\ldots} + \boxed{\ldots+\ldots} + \ldots$ *L'élève reste à sa place, le professeur écoute, montre et écrit en suivant les étapes suivantes :*

- E : « six plus quatre ».

Le professeur pointe les deux bandes et les deux nombres

5	6	4	8

- E : « On prend huit »

Le professeur pointe à nouveau la bande 8 et le nombre 8.

5	6	4	8

- E : On prend deux du cinq »

5	6	4	8
2			

L'élève attend que le professeur dessine la bande 2 et écrive le 2.

- E : « il reste trois ».

5		6	4	8
2	3			

L'élève attend que le professeur dessine la bande 3 et écrive 3.

- E : « Ça fait vingt-trois ».
- P : « dix plus dix plus trois égal vingt-trois».

Commentaire : autant nous trouvons que le fait de pointer les bandes et de tracer sous la bande 5 la décomposition suggérée permet d'appuyer ce que l'élève indique, autant il nous semble utile de tracer également un nouveau schéma pour rendre explicite la technique en appui sur dix et reprendre le travail effectué en groupe de besoins (S1bis Sq4).

Le tableau ou l'affiche correspondant au calcul de 5+6 +4+8 se présenterait ainsi :

Schéma initial complété au fur et à mesure. les flèches indiquent ce que l'enseignant désigne	**Nouveau schéma rempli au fur et à mesure** suite aux propositions des élèves **tracé à main levée**	**Calcul complété au fur et à mesure**
5 6 4 8	6 4	$5+6+4+8=\boxed{6+4}+\boxed{\ldots+\ldots}+\ldots$
5 6 4 8	6 4 8	$5+6+4+8=\boxed{6+4}+\boxed{8+\ldots}+\ldots$
5 6 4 8 2	6 4 8 2	$5+6+4+8=\boxed{6+4}+\boxed{8+2}+\ldots$
5 6 4 8 2 3	6 4 8 2 3	$5+6+4+8=\boxed{6+4}+\boxed{8+2}+3$

Figure 54 : schéma avec bandes réalisé par le professeur suite aux propositions d'un élève pour effectuer de 5+6 +4+8

Seconde fiche de calculs C6 et

Consigne : « Dans chaque binôme, chacun votre tour, vous effectuez un calcul et vous expliquez à votre camarade votre manière de procéder. Ce travail fini, vous referez la même chose mais ce coup-ci en vous adressant à toute la classe. »

Reprise de la fiche de calculs C6

Consigne : nous venons de corriger tous les calculs que vous aviez cherchés à deux et d'écouter les explications que chaque binôme a données. A vous de refaire tous les calculs tout seul. Nous vous distribuons la même feuille. Une fois que vous avez fini, vous noterez le temps que vous avez mis.

Nous avons établi une liste de critères afin d'évaluer les productions des élèves. Nous présentons l'outil retenu et renseigné pour une
une production d'élève de CE1 en semaine 2 d'octobre 2020 avant d'aborder la fin de la séance.

Exemple de grille d'évaluation retenue en lien avec le calcul de la somme de quatre chiffres avec la technique en appui sur dix

Nous présentons ci-dessous une production d'élève (figure 55) et la grille retenue et renseignée pour cet élève (figure 56).

Calcul n°1

Calcul n°2

Calcul n°3

Calcul n°4

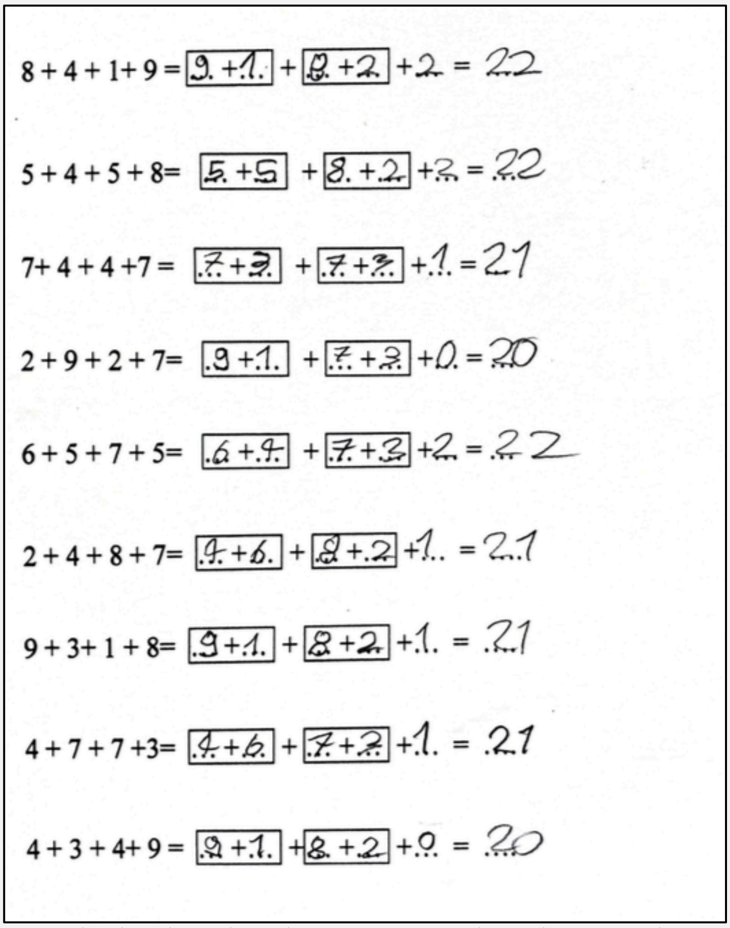
Calcul n°5

Calcul n°6

Calcul n°7

Calcul n°8

Calcul n°9



$8 + 4 + 1 + 9 = \boxed{9 + 1} + \boxed{8 + 2} + 2 = 22$

$5 + 4 + 5 + 8 = \boxed{5 + 5} + \boxed{8 + 2} + 2 = 22$

$7 + 4 + 4 + 7 = \boxed{7 + 3} + \boxed{7 + 3} + 1 = 21$

$2 + 9 + 2 + 7 = \boxed{9 + 1} + \boxed{7 + 3} + 0 = 20$

$6 + 5 + 7 + 5 = \boxed{6 + 4} + \boxed{7 + 3} + 2 = 22$

$2 + 4 + 8 + 7 = \boxed{4 + 6} + \boxed{8 + 2} + 1 = 21$

$9 + 3 + 1 + 8 = \boxed{9 + 1} + \boxed{8 + 2} + 1 = 21$

$4 + 7 + 7 + 3 = \boxed{4 + 6} + \boxed{7 + 3} + 1 = 21$

$4 + 3 + 4 + 9 = \boxed{9 + 1} + \boxed{8 + 2} + 0 = 20$

Figure 55 : production d'un élève de CE1 correspondant à la somme de quatre termes avec la technique en appui sur dix

Critères	Chiffres correctement calligraphiés A un près	Appui sur dix		Choix du premier terme pour amorcer le calcul : toujours le même ou différent suivant les caractéristiques du calcul			Maitrise de la technique : « … » est exact sur tous les calculs à deux calculs près			Recomposition dun nombre écrit sous la forme 10+10+…
Critères détaillés		Somme dans rectangle égale 10	Couples qui font 10 sont repérés	Choisis des fois le plus grand pour amorcer le calcul	Choisis des fois le premier chiffre pour amorcer le calcul	Choisis des fois une somme pour amorcer le calcul	Le choix de « … » montre que la technique en appui sur dix n' est pas maîtrisée	« … » Correspond parfois qu' à un seul report	« ... » est exact : correspond à 2 reports	Recomposition d' un nombre écrit sous la forme 10+10+…
Production élève présentée à figure 45	Oui à un près : $8^{ième}$ calcul 3 dans le second rectangle n' est pas facilement lisible	Oui	Oui à un près : $5^{ième}$ calcul 5+5 non repéré	Oui :par exemple $4^{ième}$ calcul commen ce par 9	Oui par exemple : $8^{ième}$ calcul commence par 4	Oui par exemple $9^{ième}$ calcul Effectue 4+4	Non	Oui par exemple $3^{ième}$ calcul	Oui	Oui

Figure 56 : grille d'évaluation de la technique en appui sur dix pour effectuer une somme de quatre chiffres

Les critères détaillés, évoqués dans la deuxième ligne de la grille d'évaluation, permettent de repérer les connaissances qui font défaut à l'élève et sa capacité à prendre en compte les caractéristiques d'un calcul donné. L'élève dont la production correspond à la figure 55 maîtrise la technique dans le sens où il s'appuie pour chaque calcul sur dix et il ne fait qu'une seule erreur. De surcroit, il est capable d'adapter sa stratégie suivant les caractéristiques des calculs donnés. En effet, le premier nombre qu'il choisit pour amorcer le calcul n'est pas systématiquement le plus grand ou le premier chiffre qu'il

Fin de la séance et prolongement et

Préciser aux élèves qu'ils auront l'occasion d'appliquer à nouveau cette technique qui fait appel à la connaissance des faits numériques et à la décomposition des nombres.

Prolongement

Pour chaque élève, repérer sur sa feuille de calculs, un calcul juste et un calcul faux. Recopier ces deux calculs à la suite ou au verso de sa feuille et lui distribuer à nouveau sa feuille renseignée.

Consigne : « Parmi les deux calculs que j'ai recopiés, repère le calcul qui est juste et celui qui est faux avec la technique de ton choix (appui sur dix ou sur-comptage ou technique des presque doubles). Refais celui qui est faux avec la technique en appui sur dix.

Demander aux élèves de refaire tous les calculs avec la technique en appui sur dix ne serait pas d'une grande utilité car certains calculs auraient probablement été mieux réussis si les élèves avaient pu utiliser la technique de leur choix (exemple 2+9+2+7 se résout plus économiquement en utilisant par exemple les doubles et le sur comptage 2+9+2+7 = 2+9+9=18+2).

En revanche donner l'occasion à chaque élève de s'interroger sur la validité d'un résultat est primordial. C'est également l'occasion de lui rappeler que pour effectuer un calcul, il dispose de plusieurs techniques. Le travail en cours ne vise que la maîtrise de l'une d'entre elles : l'appui sur dix. Il s'inscrit dans une progression.

XII.3 Séance 3 : évaluer l'utilisation de la technique en appui sur dix (S3Sq4)

Déroulement ⌚

Matériel par élève

- Une fiche évaluation (figure 57)

Prénom : ....

8 + 3 = [... +...] + ... = ...

5 + 7 = [... +...] + ... = ...

3 + 9 = [... +...] +... = ...

5 + 6 + 5 = [... +...] + ... = ...

7 + 4 + 2 = [... +...] + ... = ...

2 + 5 + 3 = [... +...] + ... = ...

5 + 3 + 6 = [...+...] + ... = ...

3 + 2 + 9 = [...+...] + ... = ...

5 + 8 + 4 + 6 = [... +...] + [... +...] + ... = ...

7 + 2 + 9 + 4 = [... +...] + [... +...] + ... = ...

6 + 9 + 4 + 2 = [... +...] + [... +...] + ... = ...

9 + 2 + 9 + 2 = [... +...] + [... +...] +... = ...

Figure 57 : photographie de l'évaluation sur la mise en œuvre
De la technique en appui sur dix

Remarques et commentaires

L'évaluation est disponible dans le matériel photocopier

L'évaluation va permettre, dans un premier temps, de repérer les élèves qui savent mettre en œuvre la technique en appui sur dix pour effectuer une somme de deux termes.
Dans un second temps, elle va permettre de repérer parmi ce groupe d'élèves, ceux qui sont capables d'utiliser cette même technique pour calculer la somme de trois et quatre termes. La tâche est alors complexe au regard des compétences mobilisées (voir grille d'évaluation figure 56).

Afin de poursuivre l'analyse de l'évaluation et de discuter du choix des calculs proposés, nous présentons les résultats de l'évaluation obtenus dans deux classes en semaine 2 d'octobre 2020.

Analyse *a posteriori* des résultats obtenus à l'évaluation dans deux classes de CE1 sur la mise en œuvre de la technique en appui sur dix

La figure 58 présente trois diagrammes. Le premier diagramme est en lien avec les résultats obtenus pour calculer les trois sommes de deux termes proposées à l'évaluation (figure 57).Le second diagramme est en lien avec les résultats obtenus pour calculer les cinq sommes de trois termes proposées à l'évaluation (figure 57). Le dernier diagramme est en lien avec les résultats pour obtenir les quatre sommes de quatre termes proposées à l'évaluation (figure 57).

Sur chacun de ses diagrammes :
- la couleur verte correspond au pourcentage d'élèves ayant trouvé les résultat exacts (à un près) des calculs proposés.
- la couleur orange correspond au pourcentage d'élèves qui ont partiellement réussi à calculer les sommes proposées (2 sommes exactes sur 3 ; 3 sommes exactes sur 5 ; 2 sommes exactes sur 4)
- la couleur grise correspond au pourcentage d'élèves qui n'ont pas réussi à calculer les sommes proposées (moins de 2 sommes exactes sur 3, 3 sommes exactes sur 5, 2 sommes exactes sur 4)
L'effectif total étant de 20 élèves, ce nombre n'est pas significatif des résultats qu'on obtiendrait en proposant la même évaluation à une plus grande échelle.

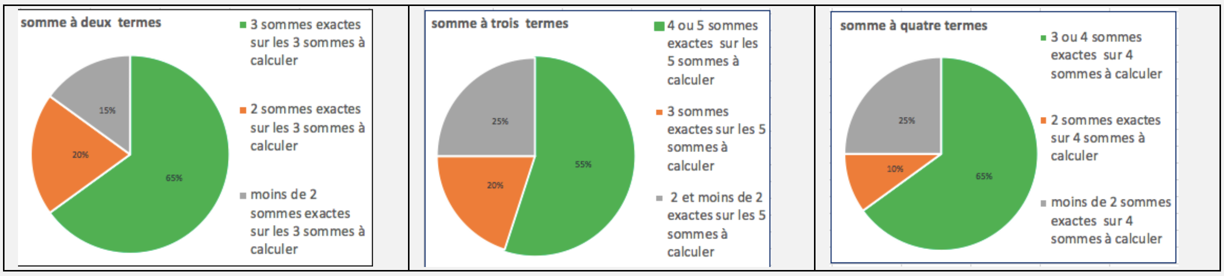


Figure 58 : proportions des élèves ayant réussi à appliquer la technique en appui sur dix dans des sommes à deux, trois et quatre termes

Au regard des pourcentages d'élèves ayant trouvé les résultats exacts sur les trois séries de calcul (65%, 55%, 65%), nous en déduisons que **l'évaluation est réussie pour plus de la moitié des élèves.**
Nous observons également que le pourcentage d'élèves ayant réussi l'ensemble des calculs (zone verte) est moins élevé quand il s'agit de chercher la somme de trois termes. Si nous analysons plus finement les calculs donnés pour chaque série nous constatons que :
- dans la première série (8 + 3; 5 + 7 , 3+9) il n'est pas possible de combiner directement deux nombres pour obtenir 10.
- dans la seconde série (5+6 + 5 ; 7+4 + 2 ; 2 + 5 + 3 ; 5 + 3 + 6 ; 3 + 2 + 9), il est possible de combiner directement deux nombres pour obtenir 10 dans les calculs de 5+6 + et 2 + 5 + 3. Il reste donc 3 calculs difficiles à effectuer.
- dans la troisième série (5 + 8 + 4 + 6; 7 + 2 + 9 + 4; 6 + 9 + 4 + 2; 9 + 2 + 9 + 2), là aussi on retrouve deux calculs 5 + 8 + 4 + 6 et 6 + 9 + 4 + 2 où il est possible de combiner deux nombres pour obtenir dix. Il reste 2 calculs difficiles à effectuer.
Par ailleurs, il est intéressant de constater que ces élèves qui ont moyennement réussi (zone orange) sont moins nombreux (20%, 20%,10%) à avoir réussi par exemple le calcul de 7+2+9+4= $\boxed{\ldots + \ldots}$+ $\boxed{\ldots + \ldots}$+ … avec la technique en appui sur dix. Or, il est nécessaire de rappeler que l'utilisation de la technique en appui sur dix n'est pas une fin en soi ; d'autres techniques sont davantage adaptées à certains types de calcul. Pour le calcul cité, par exemple 7+2+9+4, l'utilisation des doubles et le passage à la dizaine supérieur (7+2=9, 9+9=18 et 18+4=18+2+2=20+2) est certainement plus économique.

Matériel à photocopier

Séquence 1

- Référence aux programmes et programmation du dispositif
- Outil : les bandes
- Règle de jeu des triples bandes
- Les triples bandes
- Évaluation : document enseignant
- Évaluation : document élève

Séquence 2

- Matrice bande 5
- Mistigri : règle du jeu
- Mistigri : fiche indiquant le sens du jeu
- Mistigri : feuille de scores

Séquence 3

- Étiquettes pour le jeu du « dix plus… »
- Feuille de calculs instrumentés (C0)
- Feuille de calculs (C1) : somme de deux termes
- Feuille de calculs (C2) : somme de deux termes

Séquence 4

- Feuille de calculs (C3) : somme de trois termes
- Feuille de calculs (C4) : somme de trois termes
- Feuille de calculs (C5) : somme de quatre termes
- Feuille de calculs (C6) : somme de quatre termes
- Grille d’évaluation
- Évaluation : document élève

Matériel relatif à la séquence 1

Référence aux programmes (BOEN n°31 du 30 juillet 2020)

- Utiliser diverses représentations des nombres (écritures en chiffres et en lettres, noms à l'oral, graduations sur une demi-droite, constellations sur des dés, doigts de la main…). Passer d'une représentation à une autre, en particulier associer les noms des nombres à leurs écritures chiffrées

- Mémoriser des faits numériques et des procédures : tables de l'addition et de la multiplication ; décompositions additives et multiplicatives de 10 et de 100, compléments à la dizaine supérieure, à la centaine supérieure, multiplication par 10 et par 100, doubles et moitiés de nombres d'usage courant, etc.

- Mobiliser en situation ses connaissances de faits numériques et ses connaissances sur la numération

- Calculer en ligne avec le support de l'écrit, en utilisant des écritures en ligne additives, soustractives, multiplicatives, mixtes

Programmation du dispositif d'enseignement relatif au calcul sous vingt

Séquence 1 : 5 séances Semaines 2 et 3 de septembre	Maîtrise des faits numériques ($F_{\leq 10}$) et passage aux écritures arithmétiques : a+b= ? et a+ ?=b	Utilisation de modèles de nombres : les bandes Utilisation de configurations de doigts
Séquence 2 : 2 séances Semaine 4 de septembre	Maitrise des décompositions de dix ($F_{=10}$) et passage aux écritures arithmétiques : 10= ? + ? et a+ ?=10	Utilisation de modèles de nombres : les bandes Utilisation de configurations de doigts Utilisation de cartes à jouer
Séquence 3 : 3 séances Semaine 1 d'octobre	Mise en œuvre de la technique de calcul en appui sur dix ($R_{\leq 20}$) et passage à l'écriture arithmétique : a+b=10+…	Utilisation de modèles de nombres : les bandes Utilisation de configurations de doigts Utilisation des nombres
Séquence 4 : 3 séances Semaine 2 d'octobre	Calcul en ligne avec appui sur dix de plusieurs termes inférieurs à dix	Utilisation des nombres
Tout au long de l'année de CE1	Adaptabilité aux calculs : utilisation de la technique de l'appui sur dix lorsqu'elle paraît la plus adaptée au calcul proposé Calculs en ligne et en colonne : utilisation possible de la technique en appui sur dix pour réaliser des calculs en ligne ou posés	

Outil : les bandes

<table>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>1</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td colspan="2">2</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td colspan="3">3</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td colspan="4">4</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td colspan="5">5</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td colspan="6"><u>6</u></td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td></td><td></td><td colspan="7">7</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td colspan="8">8</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="9">9</td></tr>
<tr><td colspan="10">10</td></tr>
<tr><td colspan="10">10</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Jeu des triples bandes

<u>Matériel</u>

- la boite de triples bandes

- deux plateaux

- ton enveloppe avec les bandes vertes ou bleues

<u>Règle du jeu</u>

1) Tire au sort une triple bande dans la boite
2) Lis la triple bande
3) Place la triple bande dans un des plateaux :

♥	~~♥~~
Je connais la réponse par cœur. (sans utiliser les doigts ni compter dans sa tête)	Je doute

Jeu des triples bandes

<u>Matériel</u>

- la boite de triples bandes

- deux plateaux

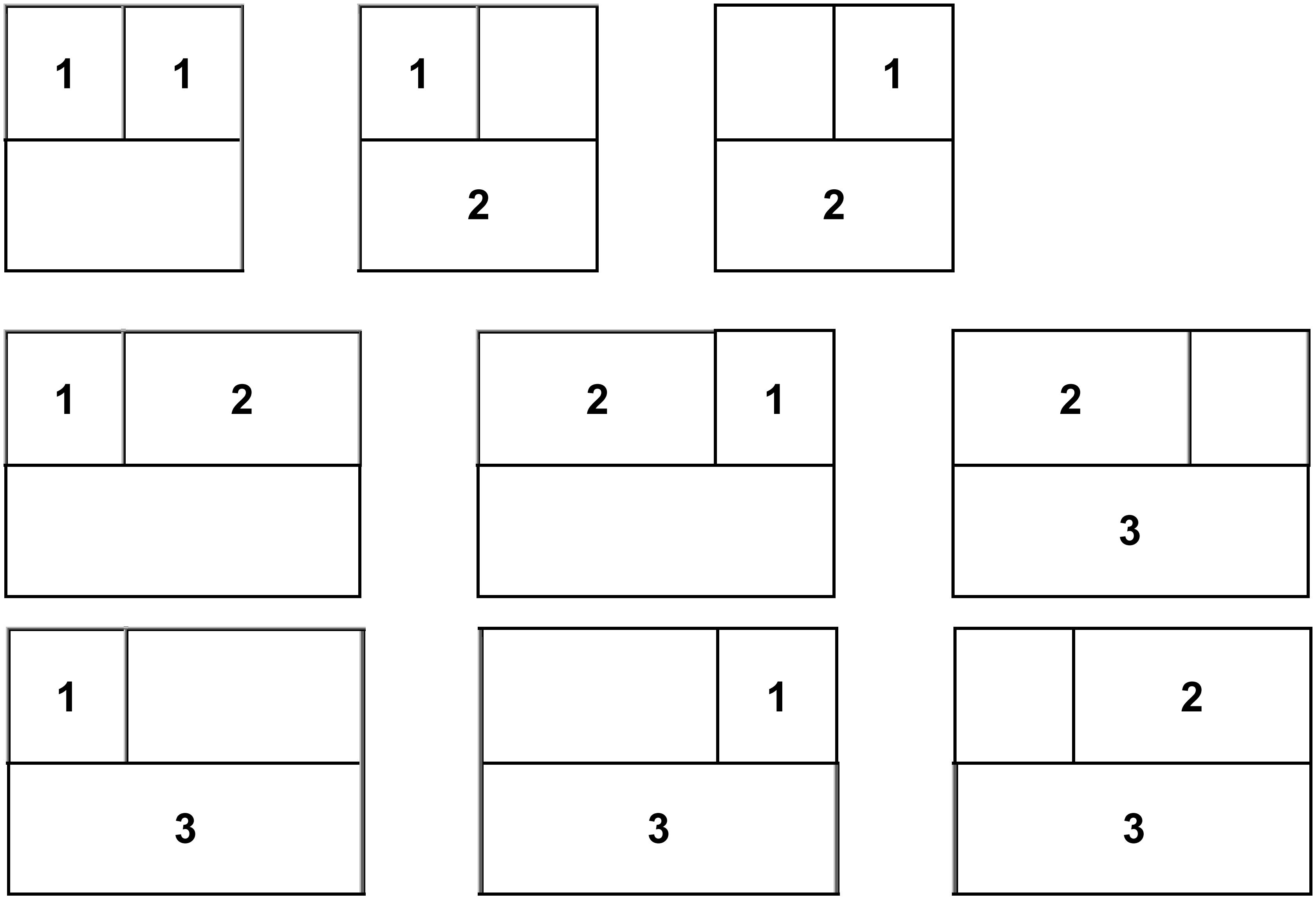
- ton enveloppe avec les bandes vertes ou bleues

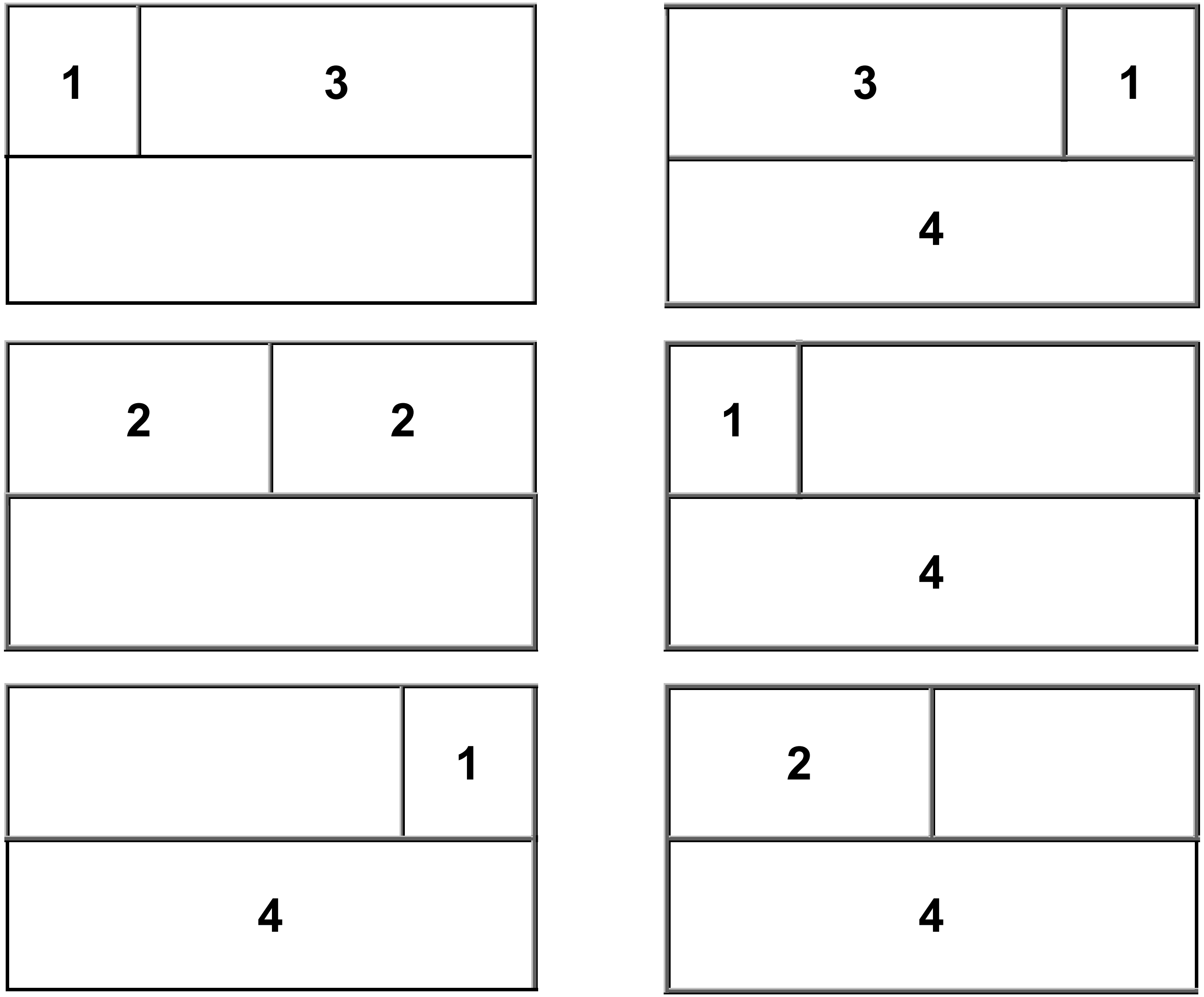
<u>Règle du jeu</u>

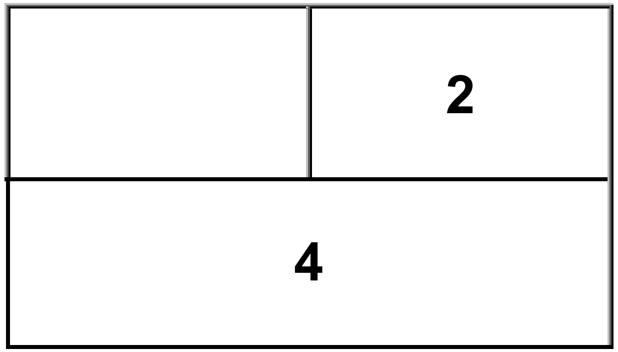
4) Tire au sort une triple bande dans la boite
5) Lis la triple bande
6) Place la triple bande dans un des plateaux :

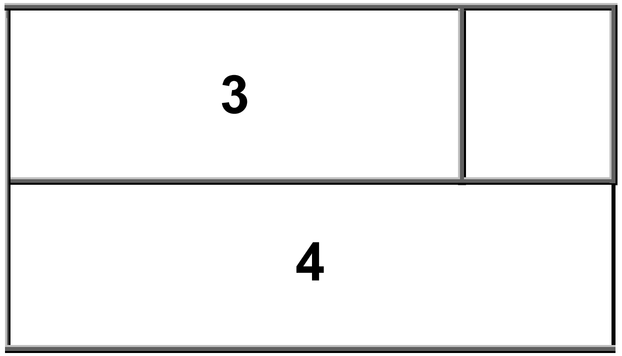
♥	~~♥~~
Je connais la réponse par cœur. (sans utiliser les doigts ni compter dans sa tête)	Je doute

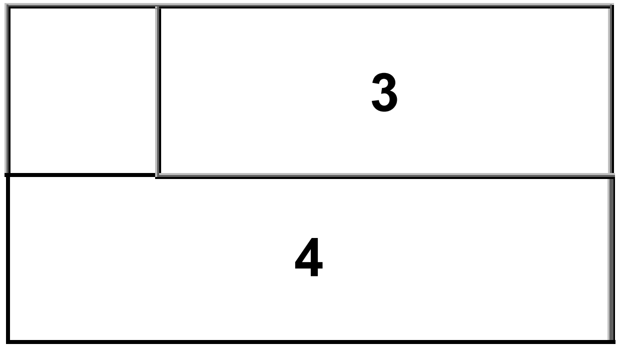
Triple bandes

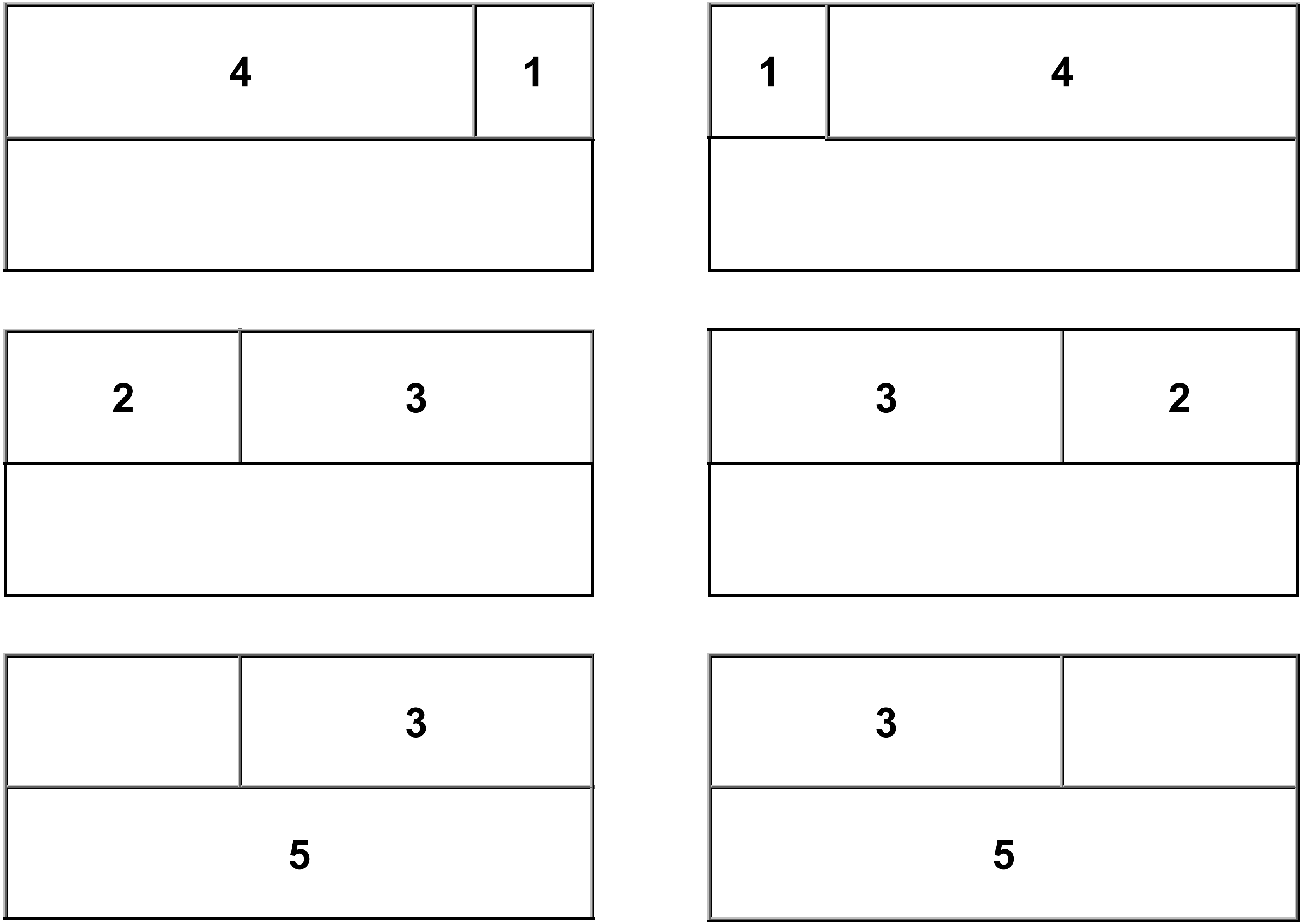


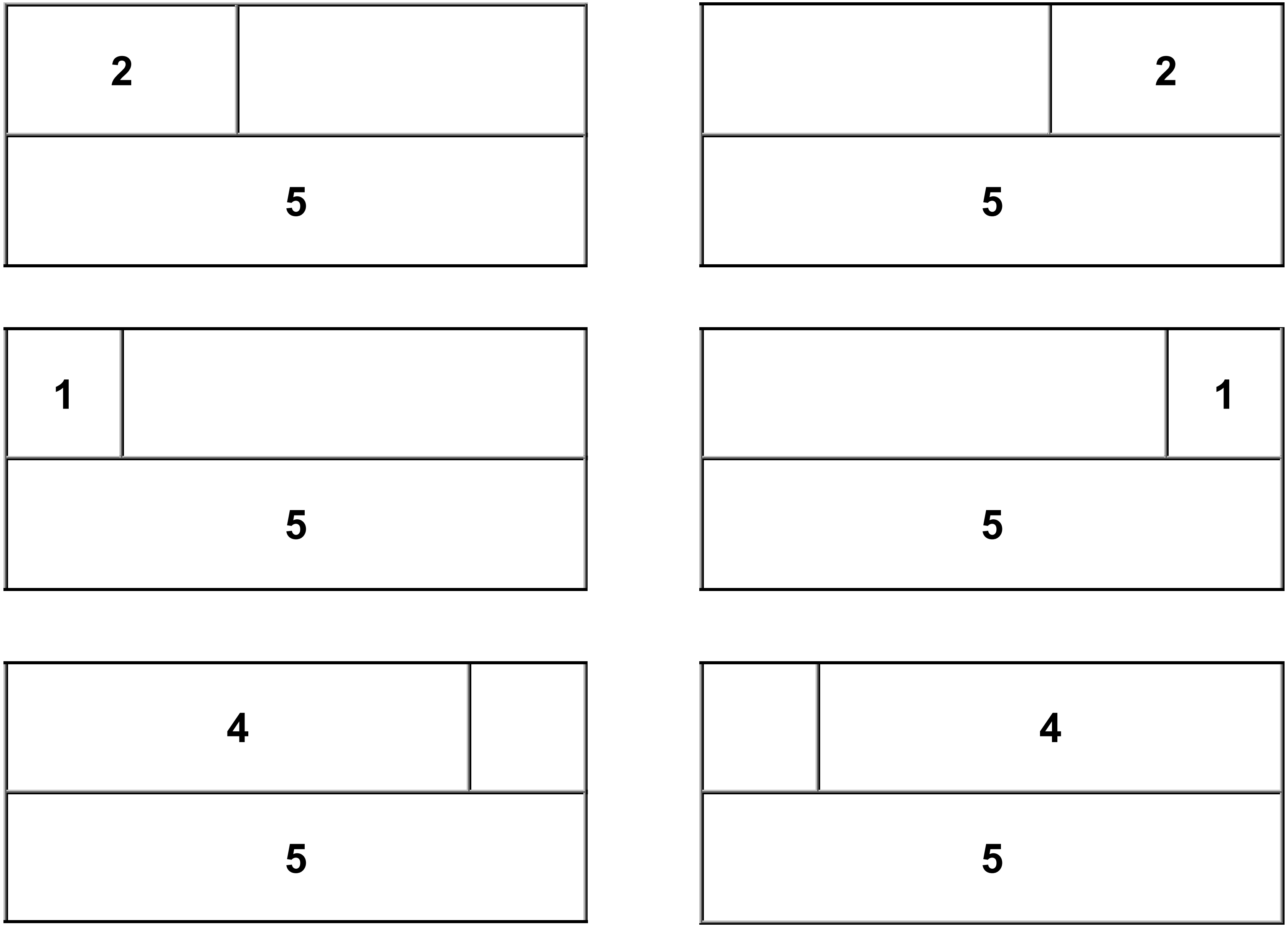

1
3
3
1
4
2
2
1
4
1
4
2
4


2
4


3
4


3
4


4
1
1
4
2
3
3
2
3
3
5
5


2
5
2
5
1
5
1
5
4
5
4
5

<table><tr><td>5</td><td>1</td></tr><tr><td colspan="2"></td></tr></table>

<table><tr><td>1</td><td>5</td></tr><tr><td colspan="2"></td></tr></table>

<table><tr><td>4</td><td>2</td></tr><tr><td colspan="2"></td></tr></table>

<table><tr><td>2</td><td>4</td></tr><tr><td colspan="2"></td></tr></table>

<table><tr><td>3</td><td>3</td></tr><tr><td colspan="2"></td></tr></table>

3	
6	

	3
6	

2	
6	

	2
6	

1	
6	

	1
6	

<table>
<tr><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">6</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td>4</td></tr>
<tr><td colspan="2">6</td></tr>
</table>

6	1

1	6

2	5

5	2

3	4

<table><tr><td>4</td><td>3</td></tr><tr><td colspan="2"></td></tr></table>

<table><tr><td>2</td><td>5</td></tr><tr><td colspan="2"></td></tr></table>

<table><tr><td>5</td><td>2</td></tr><tr><td colspan="2"></td></tr></table>

<table><tr><td>1</td><td></td></tr><tr><td colspan="2">7</td></tr></table>

<table><tr><td></td><td>1</td></tr><tr><td colspan="2">7</td></tr></table>

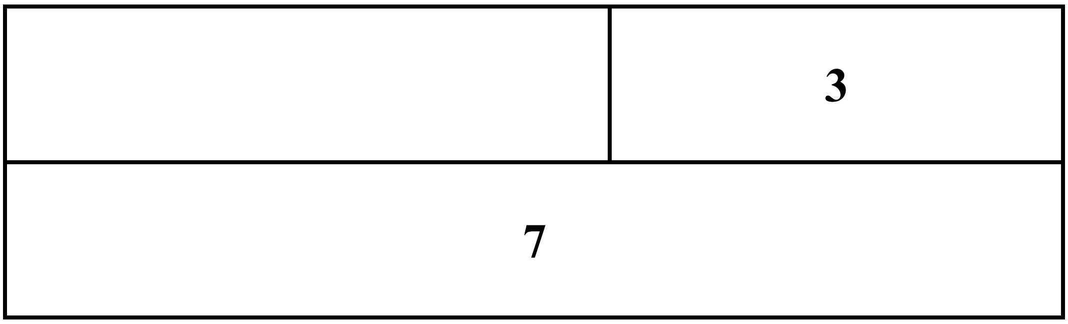
<table>
<tr><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">7</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td>2</td></tr>
<tr><td colspan="2">7</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td>4</td></tr>
<tr><td colspan="2">7</td></tr>
</table>

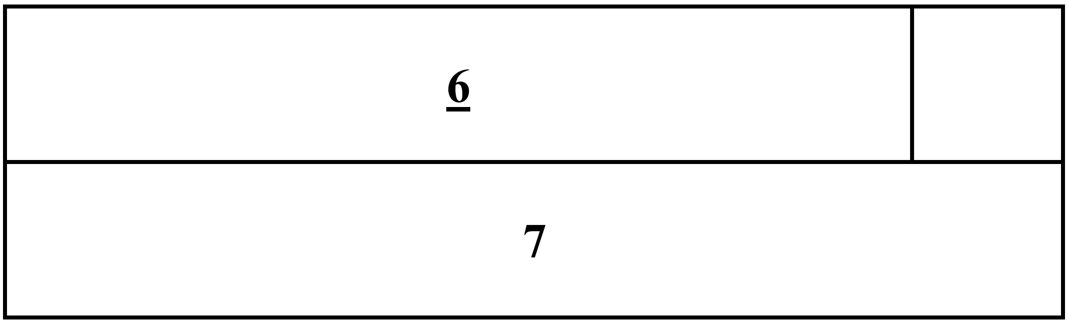
<table>
<tr><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">7</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">7</td></tr>
</table>


3
7


5
7


5
7


6
7

7	1

1	7

2	6

6	2

5	3

<table>
<tr><td>3</td><td>5</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>4</td><td>4</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">8</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td>1</td></tr>
<tr><td colspan="2">8</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">8</td></tr>
</table>

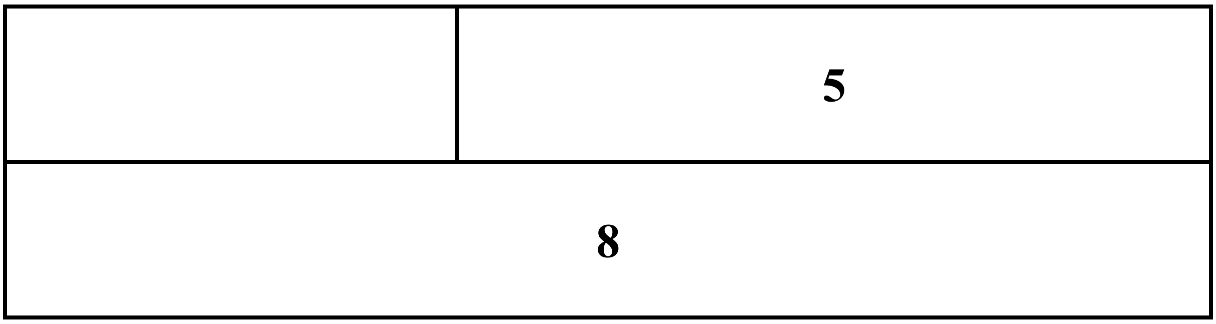
<table>
<tr><td></td><td>2</td></tr>
<tr><td colspan="2">8</td></tr>
</table>

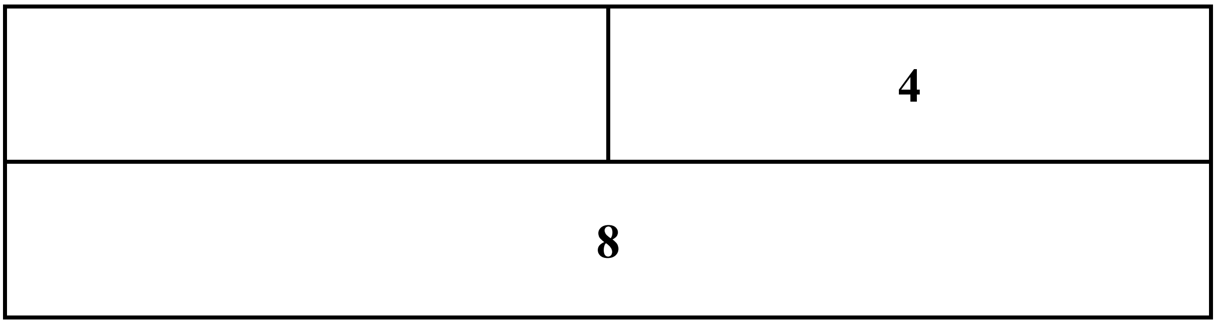
<table>
<tr><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">8</td></tr>
</table>

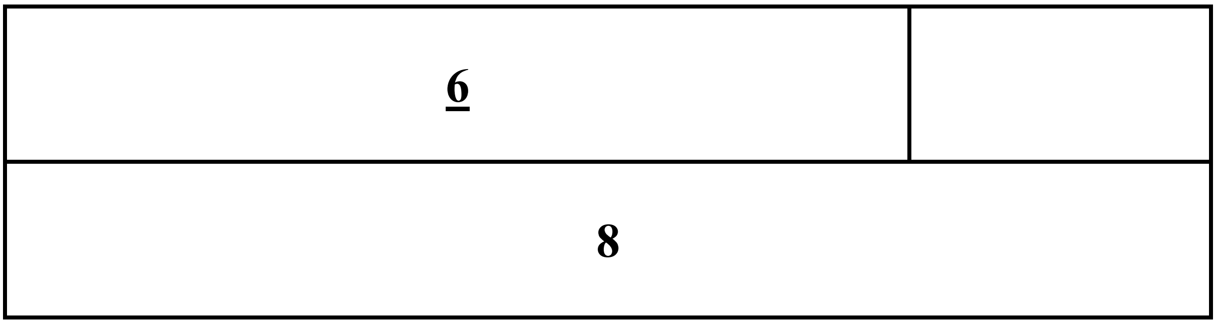
<table>
<tr><td></td><td>3</td></tr>
<tr><td colspan="2">8</td></tr>
</table>

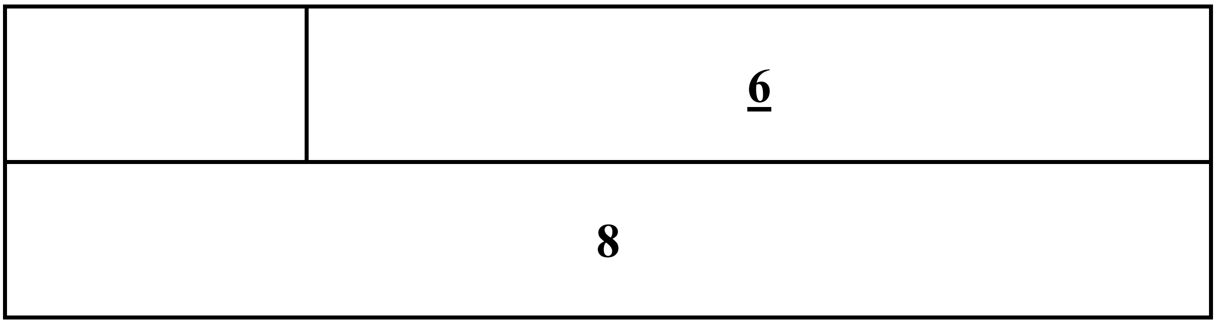
<table>
<tr><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">8</td></tr>
</table>

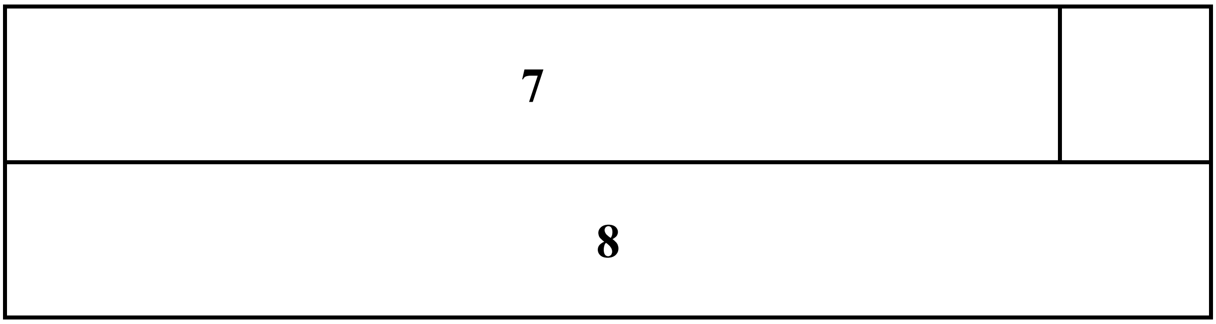
<table>
<tr><td>5</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">8</td></tr>
</table>


5
8


4
8


6
8


6
8


7
8

<table>
<tr><td></td><td>7</td></tr>
<tr><td colspan="2">8</td></tr>
</table>

1	**8**

8	**1**

2	**7**

7	**2**

3	**6**

6	3

5	4

4	5

1	
9	

	1
9	

2	
9	

	2
9	

3	
9	

	3
9	

4	
9	

	4
9	

5	
9	

6	
9	

	6
9	

7	
9	

<table>
<tr><td></td><td>7</td></tr>
<tr><td colspan="2">9</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td>5</td></tr>
<tr><td colspan="2">9</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>8</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">9</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td>8</td></tr>
<tr><td colspan="2">9</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>8</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">9</td></tr>
</table>

9	1

1	9

2	8

7	3

8	2

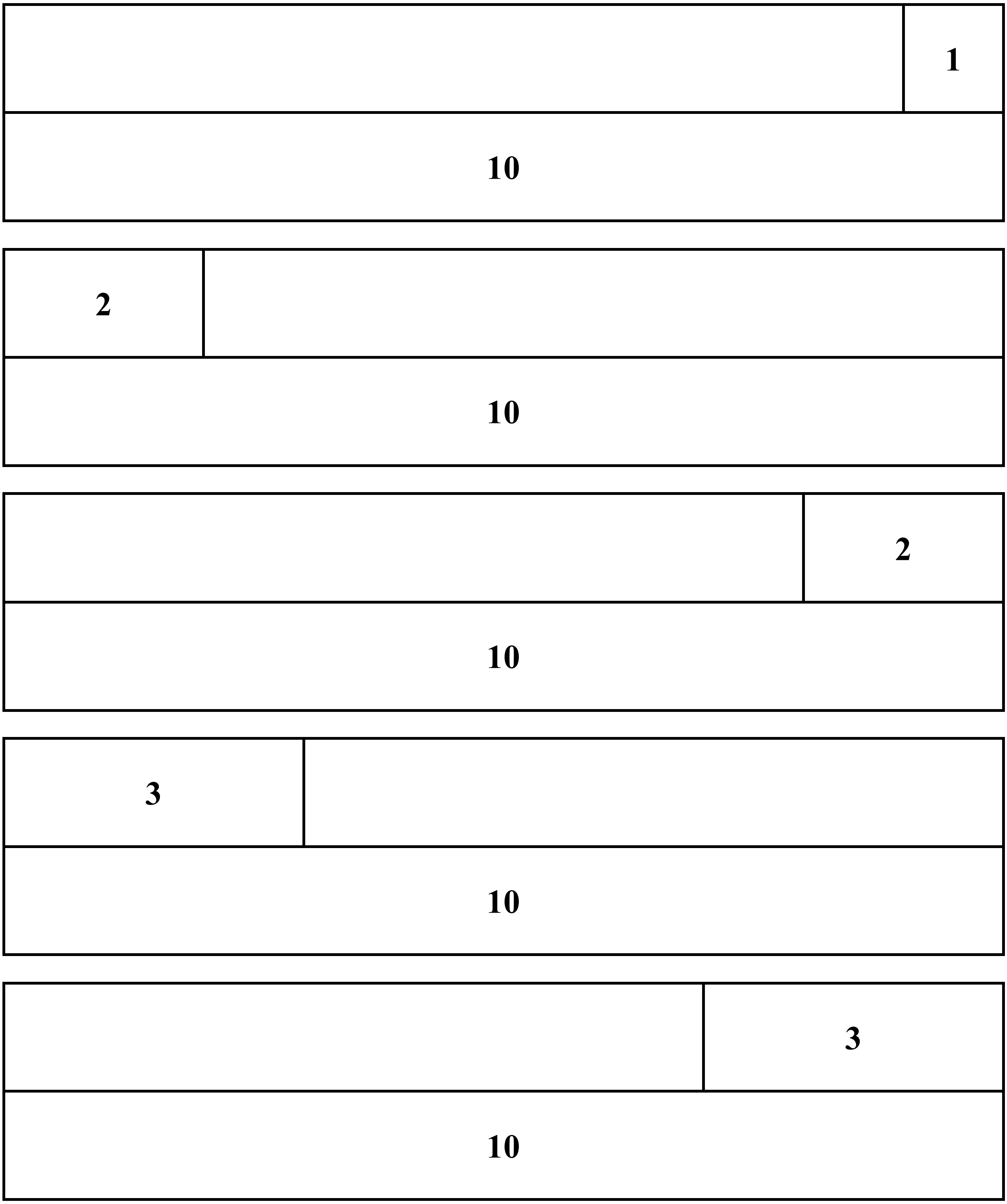
3	7

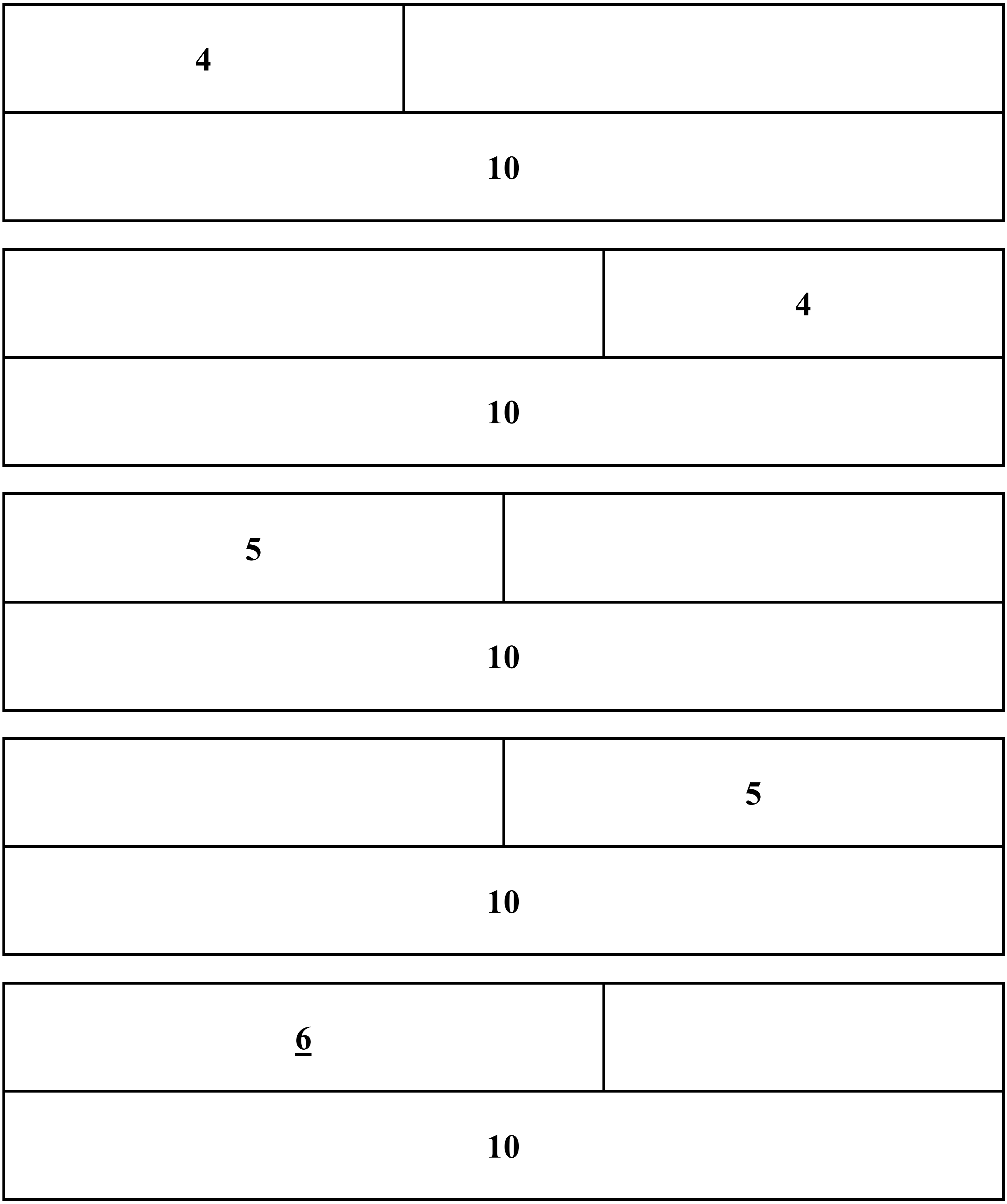
6	4

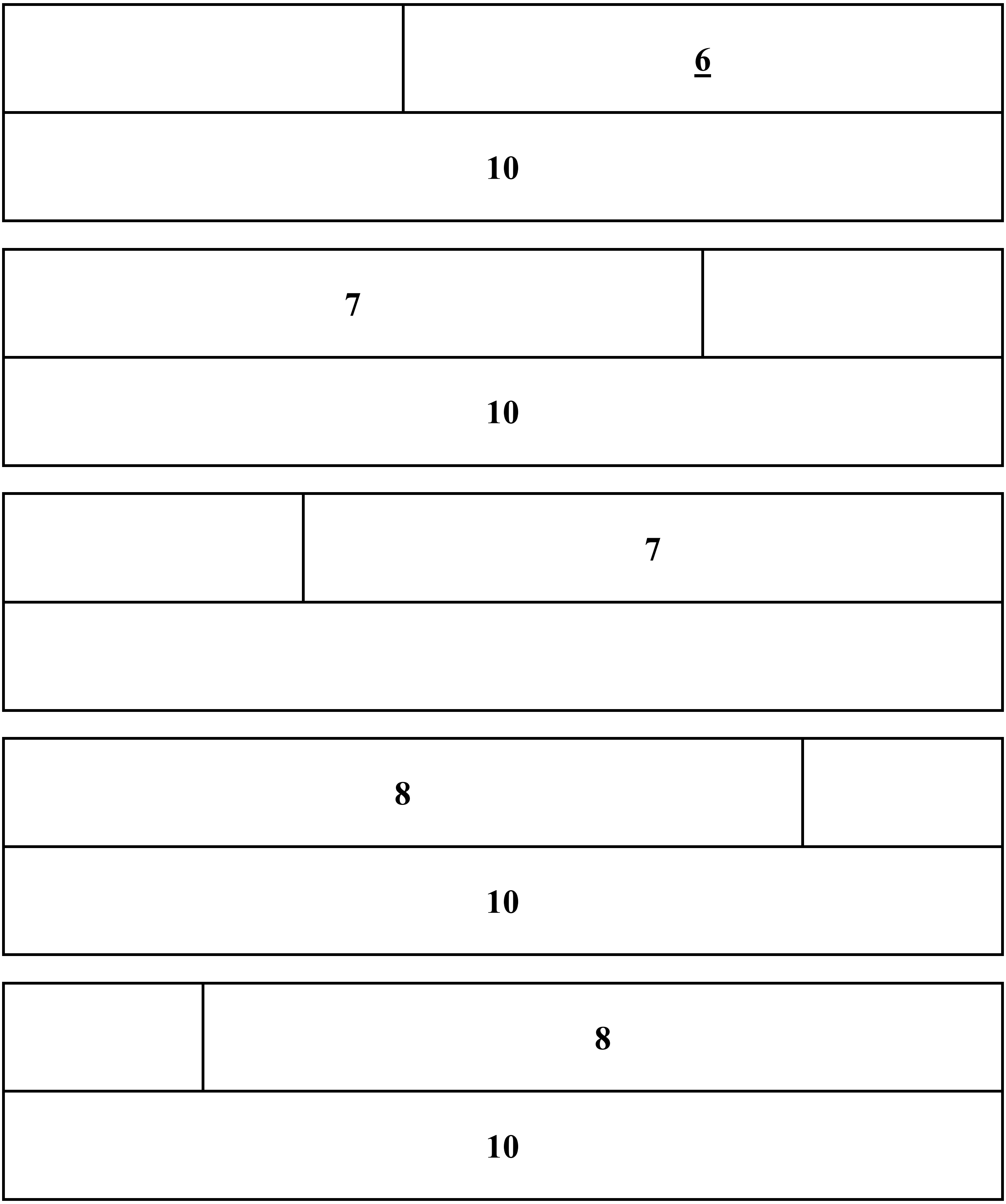
4	6

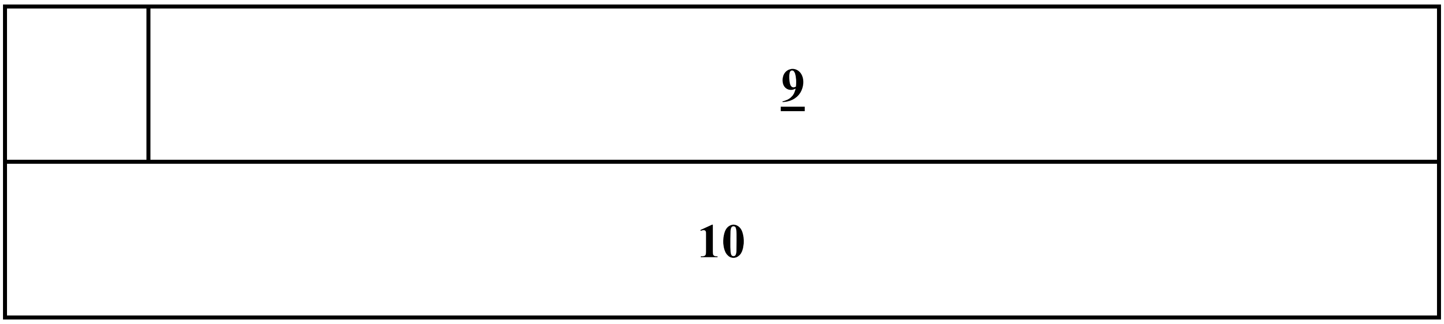
5	5

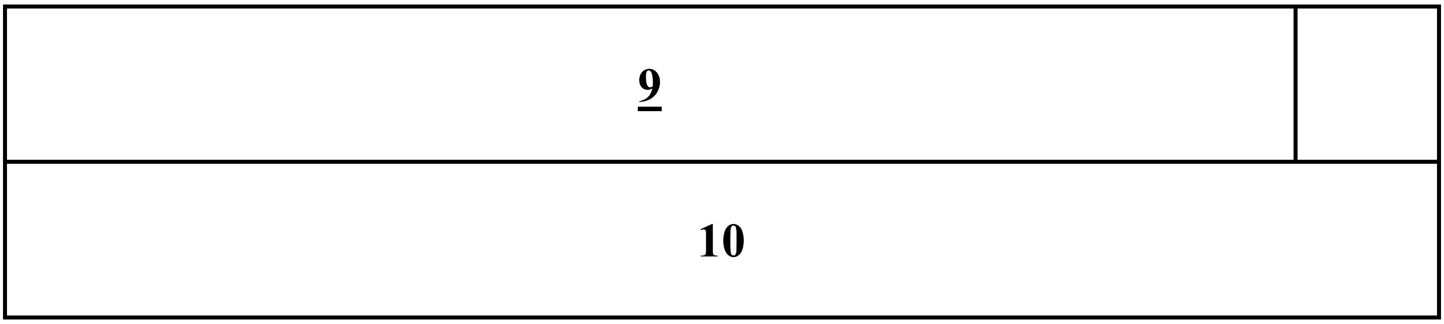
1	
10	


1
10
2
10
2
10
3
10
3
10


4
10
4
10
5
10
5
10
6
10


6
10
7
10
7
8
10
8
10


9
10


9
10

Evaluation 1 : les résultats du répertoire additif

Document enseignant

Compétences évaluées :

- Trouver le résultat d'une addition (répertoire ≤ 10)
- Trouver le résultat d'une addition à trou (répertoire ≤ 10)
- Utiliser ses connaissances du répertoire additif pour résoudre des calculs
- Utiliser ses connaissances du répertoire additif pour résoudre un problème
- Modéliser un problème

L'évaluation se déroule pour chaque phase en un temps limité.

Question 1 : L'enseignant rappelle le jeu des triples bandes, lit la consigne deux fois puis laisse 30 secondes pour répondre.

Questions 2, 3 : L'enseignant lit chaque calcul deux fois et laisse 5 secondes pour répondre.

Questions 4 et 5 (problèmes) : L'enseignant lit chaque énoncé deux fois et laisse 2 minutes pour répondre.

Problème 1 : problème des stylos

La maîtresse donne aux élèves 3 stylos bleus et 8 stylos verts.

Combien la maîtresse a-t-elle distribué de stylos en tout ?

Problème 2 : problème des fleurs

Sara et Yassine veulent faire un bouquet de 12 fleurs. Sara ramasse 5 fleurs.

Combien Yassine doit-il en ramasser pour terminer le bouquet ?

Prénom :

Evaluation 1 : les résultats du répertoire additif

1) Pour chaque calcul, écris le nombre qui manque sur la bande

<table>
<tr><td>4</td><td>5</td></tr>
<tr><td colspan="2">?</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>5</td><td>6</td></tr>
<tr><td colspan="2">?</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>?</td><td>3</td></tr>
<tr><td colspan="2">7</td></tr>
</table>

2) Ecris le résultat des calculs le plus rapidement possible, sans compter sur tes doigts.

a) 5 + 3 = …..

b) 7 + 4 = …..

c) 5 + 3 + 5 = …..

d) 8 + 2 + 7 = …..

3) Ecris le résultats des calculs le plus rapidement possible, sans compter sur tes doigts.

a) 7 + ….. = 10

c) 8 + ….. = 12

b) …..+ 3 = 6

d) 2 + ….. + 3 = 12

4) Ecoute le problème des stylos puis écris la solution.

5) Ecoute le problème des fleurs puis écris la solution.

Matériel relatif à la séquence 2

Matrice bande 5

					5
					5
					5
					5
					5
					5

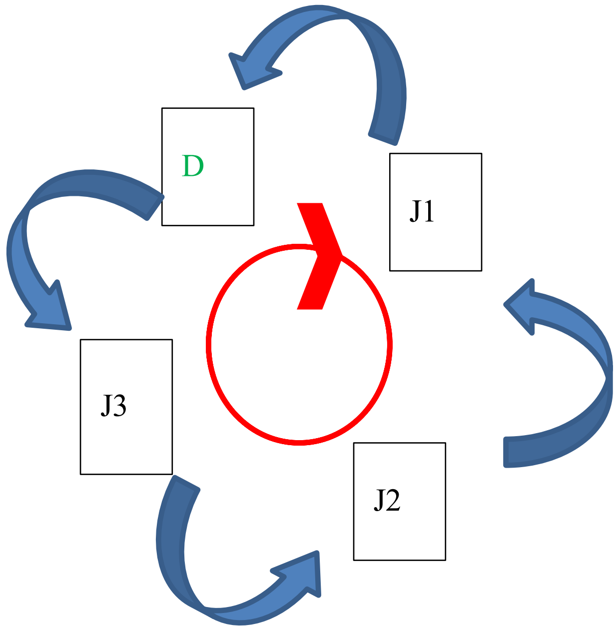
Mistigri

- Un joueur distribue toutes les cartes.
- Chaque joueur observe son jeu et pose devant lui, en les regroupant par tas, les cartes qui font dix. Exemple : 8+2, 3+2+5 ; 1+1+1+7 ; …
- Ensuite, le joueur qui a distribué fait piocher à son voisin une carte dans son jeu. Si cette carte permet au voisin de faire à nouveau dix, celui-ci-constitue un nouveau tas qu’il pose à nouveau devant lui.
- Ainsi de suite, jusqu’à ce qu’un des joueurs n’ait plus de cartes.
- La première partie se termine en calculant le score de chacun et en remplissant la feuille de scores. Pour calculer le score de chaque partie, on utilise les règles suivantes :

+2 pour celui qui n’a plus de cartes
+1 si j’ai fait 10 avec 1 carte
+2 si j’ai fait 10 avec 2 cartes
+3 si j’ai fait 10 avec 3 cartes
+4 si j’ai fait 10 avec 4 cartes
+5 si j’ai fait 10 avec 5 cartes
–1 si j’ai Mistigri

Le jeu se termine au bout de quatre parties. Le gagnant est celui qui obtient le total le plus élevé.

Fiche indiquant le sens du jeu du Mistigri



Légende

- D désigne le joueur qui a distribué
- Le cercle rouge avec flèche indique le sens du jeu
- J1, J2, J3 désignent le joueur1, le joueur 2, le joueur 3
- La flèche bleue indique que le joueur1(J1) pioche une carte dans le jeu du joueur qui vient de distribuer(D) puis que le joueur 2 (J2) pioche une carte dans le jeu du joueur1, …etc., …

Mistigri : feuille de scores

	Partie 1	Partie 2	Partie 3	Total
Prénom 1				
Prénom 2				
Prénom 3				
Prénom 4				

Mistigri : feuille de scores

	Partie 1	Partie 2	Partie 3	Total
Prénom 1				
Prénom 2				
Prénom 3				
Prénom 4				

Matériel relatif à la séquence 3

Étiquettes pour le jeu du dix plus « … »

9 2

4 8

5 9

6 6

9 5

<u>Feuille de calculs instrumentés (C0)</u>

$5 + 7 =$

$5 + 8 =$

$7 + 7 =$

$4 + 7 =$

$7 + 4 =$

$5 + 9 =$

Feuille de calculs (C1)

Prénoms : …….

$9 + 3 = \boxed{\ldots + \ldots} + \ldots$

$5 + 7 = \boxed{\ldots + \ldots} + \ldots$

$6 + 6 = \boxed{\ldots + \ldots} + \ldots$

$8 + 4 = \boxed{\ldots + \ldots} + \ldots$

$3 + 9 = \boxed{\ldots + \ldots} + \ldots$

Prénoms : …….

$9 + 3 = \boxed{\ldots + \ldots} + \ldots$

$5 + 7 = \boxed{\ldots + \ldots} + \ldots$

$6 + 6 = \boxed{\ldots + \ldots} + \ldots$

$8 + 4 = \boxed{\ldots + \ldots} + \ldots$

$3 + 9 = \boxed{\ldots + \ldots} + \ldots$

Feuille de calculs 2 (C2)

Prénom : ……..

$9 + 3 = \boxed{... + ...} + ...$

$5 + 7 = \boxed{... + ...} + ...$

$5 + 6 = \boxed{... + ...} + ...$

$7 + 4 = \boxed{... + ...} + ...$

$8 + 3 = \boxed{... + ...} + ...$

$2 + 9 = \boxed{... + ...} + ...$

$4 + 8 = \boxed{... + ...} + ...$

$5 + 6 = \boxed{... + ...} + ...$

$5 + 5 = \boxed{... + ...} + ...$

$8 + 8 = \boxed{... + ...} + ...$

$7 + 3 = \boxed{... + ...} + ...$

$9 + 3 = \boxed{... + ...} + ...$

$9 + 5 = \boxed{... + ...} + ...$

Matériel relatif à la séquence 4

Feuille de calculs (C3)

Prénom : ………………….	Calculs C3

8	3	2

8 + 3 + 2 = …+… + …. = …

8	1	3

8 +1 + 3 = … +… +… = …

5	6	4

5 + 6 + 4 = … +… +… = …

5	7	2

5 + 7 + 2 = … +… +… = …

6	5	7

6 + 5 + 7 = … +… +… = …

Feuille de calculs C4

Prénom : ………………… Calculs C4

$8 + 4 + 1 = \boxed{\dots + \dots} + \dots = \dots.$

$5 + 3 + 5 = \boxed{\dots + \dots} + \dots = \dots$

$7 + 4 + 4 = \boxed{\dots + \dots} + \dots = \dots$

$2 + 9 + 2 = \boxed{\dots + \dots} + \dots = \dots$

$6 + 5 + 7 = \boxed{\dots + \dots} + \dots = \dots$

$2 + 4 + 8 = \boxed{\dots + \dots} + \dots = \dots$

$9 + 3 + 1 = \boxed{\dots + \dots} + \dots = \dots.$

$4 + 7 + 0 = \boxed{\dots + \dots} + \dots = \dots.$

$4 + 3 + 4 = \boxed{\dots + \dots} + \dots = \dots.$

Prénom : ………………… Calculs C4

$8 + 4 + 1 = \boxed{\dots + \dots} + \dots = \dots.$

$5 + 3 + 5 = \boxed{\dots + \dots} + \dots = \dots$

$7 + 4 + 4 = \boxed{\dots + \dots} + \dots = \dots$

$2 + 9 + 2 = \boxed{\dots + \dots} + \dots = \dots$

$6 + 5 + 7 = \boxed{\dots + \dots} + \dots = \dots$

$2 + 4 + 8 = \boxed{\dots + \dots} + \dots = \dots$

$9 + 3 + 1 = \boxed{\dots + \dots} + \dots = \dots.$

$4 + 7 + 0 = \boxed{\dots + \dots} + \dots = \dots.$

$4 + 3 + 4 = \boxed{\dots + \dots} + \dots = \dots.$

Feuille de calculs 5 (C5)

Prénom : ………. Calculs C5

8	3	2	7

$8 + 3 + 2 + 7 = \boxed{\ldots + \ldots} + \boxed{\ldots + \ldots} = \ldots.$

5	6	4	8

$5 + 6 + 4 = \boxed{\ldots + \ldots} + \boxed{\ldots + \ldots} + \ldots = \ldots$

8	1	3	9

$8 + 1 + 3 + 9 = \boxed{\ldots + \ldots} + \boxed{\ldots + \ldots} + \ldots = \ldots$

5	7	4	5

$5 + 7 + 4 + 5 = \boxed{\ldots + \ldots} + \boxed{\ldots + \ldots} + \ldots = \ldots$

6	5	7

$6 + 5 + 7 + 4 = \boxed{\ldots + \ldots} + \boxed{\ldots + \ldots} + \ldots = \ldots$

Feuille de calculs 6 (C6)

Prénom : ………… Calculs C6

8 + 4 + 1+ 9 = … +… + … +… +… = ….

5 + 4 + 5 + 8= … +… + … +… +… = …

7+ 4 + 4 +7 = … +… + … +… +… = …

2 + 9 + 2 + 7= … +… + … +… +… = …

6 + 5 + 7 + 5= … +… + … +… +… = …

2 + 4 + 8 + 7= … +… + … +… +… = ….

9 + 3+ 1 + 8= … +… + … +… +… = ….

4 + 7 + 7 +3= … +… + … +… +… = ….

4 + 3 + 4+ 9 = … +… + … +… +… = ….

Prénom : ………… Calculs C6

8 + 4 + 1+ 9 = … +… + … +… +… = ….

5 + 4 + 5 + 8= … +… + … +… +… = …

7+ 4 + 4 +7 = … +… + … +… +… = …

2 + 9 + 2 + 7= … +… + … +… +… = …

6 + 5 + 7 + 5= … +… + … +… +… = …

2 + 4 + 8 + 7= … +… + … +… +… = ….

9 + 3+ 1 + 8= … +… + … +… +… = ….

4 + 7 + 7 +3= … +… + … +… +… = ….

4 + 3 + 4+ 9 = … +… + … +… +… = ….

Critères	Chiffres correctement calligraphiés A un près	Appui sur dix		Choix du premier terme pour amorcer le calcul : toujours le même ou différent suivant les caractéristiques du calcul			Maitrise de la technique : « … » est exact sur tous les calculs à deux calculs près			Recomposition dun nombre écrit sous la forme 10+10+…
Critères détaillés		Somme dans rectangle égale 10	Couples qui font 10 sont repérés	Choisis des fois le plus grand pour amorcer le calcul	Choisis des fois le premier chiffre pour amorcer le calcul	Choisis des fois une somme pour amorcer le calcul	Le choix de « … » montre que la technique en appui sur dix n' est pas …	« … » Correspond parfois qu' à un seul report	« ... » est exact : correspond à 2 reports	Recomposition d' un nombre écrit sous la forme 10+10+…

Grille d'évaluation de la technique en appui sur dix
pour effectuer une somme de quatre chiffres

Évaluation

Prénom : ………

8 + 3 = … +… + … = …

5 + 7 = … +… + … = …

3 + 9 = … +… +… = …

5 + 6 + 5 = … +… + … = ….

7 + 4 + 2 = … +… + … = ...

2 + 5 + 3 = … +… + … = …

5 + 3 + 6 = …+… + … = …

3 + 2 + 9 = …+… + … = …

5 + 8 + 4 + 6 = … +… + … +… + … = …

7 + 2 + 9 + 4 = … +… + … +… + … = ...

6 + 9 + 4 + 2 = … +... + … +... + … = ….

9 + 2 + 9 + 2 = … +... + ... +... +… = …