IRES
Institut de Recherche pour l'Enseignement des Sciences
MONTPELLIER

Groupe Didactique (Montpellier)

Université de Montpellier

fde Faculté d'Éducation

Faculté des Sciences de Montpellier

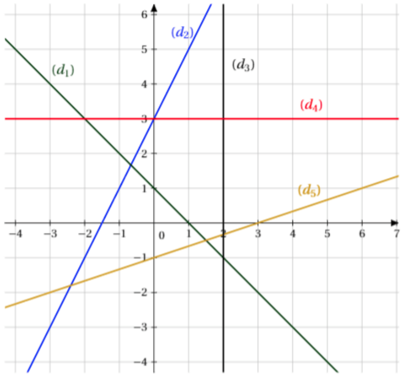
irem
Assemblée des directeurs d'IREM

Académie de Montpellier
Liberté
Égalité
Fraternité

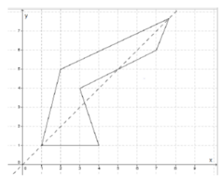
Composition

- CERCLE, Véronique, lycée Jean Moulin (Pézenas), Professeur Formateur Académique (PFA)
- **CHESNAIS, Aurélie**, PU, Faculté d'Education, LIRDEF
- CONSTANTIN, Céline, MCF, Faculté d'Education, LIRDEF
- DAVAL, Nathalie, Collège Simone Veil (Montpellier), formatrice à temps partagé à la FDE
- DELAMARRE Aimée, TZR (Uzès)
- DESTRIBATS, Aurélien, Collège des Garrigues (Montpellier), formateur vacataire à la FDE et FDS
- DUTAUT, Sophie, Lycée Louis Feuillade (Lunel)
- GOSSELIN, Emeric, lycée Dhuoda (Nimes), PFA
- LAHMOUCHE, Nazha, Collège Kraft (Béziers)
- LEBERRE, Jérôme, lycée Dhuoda (Nimes)
- LEFAUCHEUR, Jérémie, lycée Louis Feuillade (Lunel)
- LEFORT, Julie, collège Alain Savary (St-Mathieu de Tréviers)
- NYSSEN, Louise, MCF, Faculté des Sciences, IMAG
- SNOECK, Laurence, Collège Alain Savary (St-Mathieu de Tréviers)

Un premier travail (2013-2019)



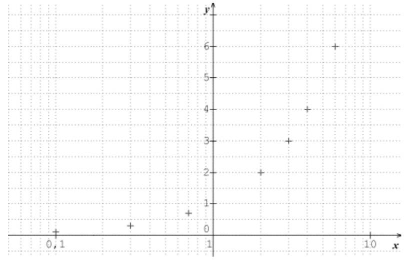
« Équation de droite », un oxymore ?

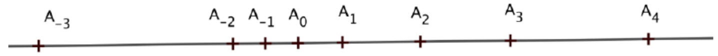


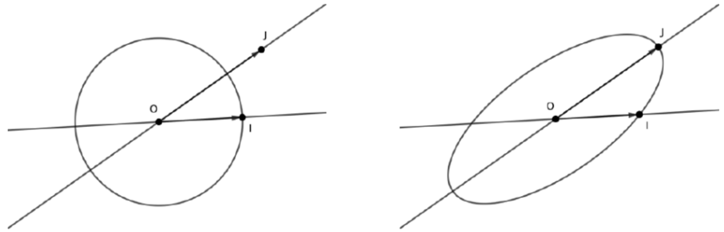
11 - Mets en rouge les points appartenant au polygone qui ont une ordonnée supérieure à 3.

Des difficultés d'élèves : un questionnaire en seconde (CORFEM 2015)

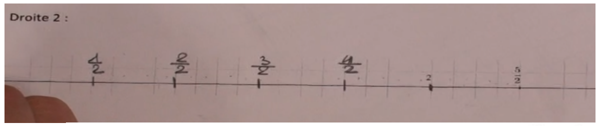
Réinterroger les contenus : le repère cartésien et la droite graduée







Expérimentations au collège



Exercice n°1 :

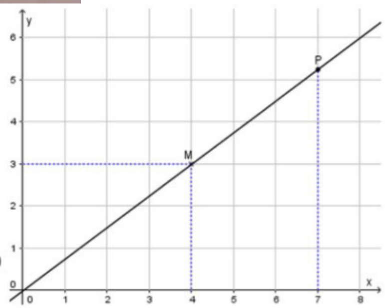
Dans le repère graphique d'origine O :

- M est le point de coordonnées $(4\,;\,3)$.
- P est le point de la droite (OM) qui a pour abscisse 7.

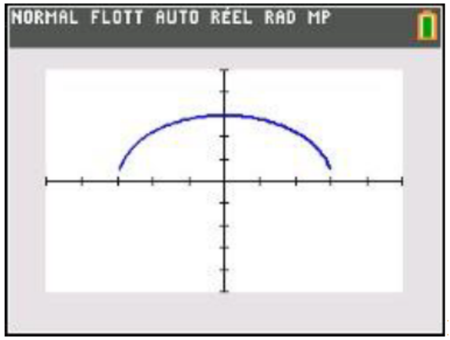
a) Quelle est l'ordonnée du point P ?

b) Parmi les points suivants, quels sont ceux qui appartiennent à la droite (OM) ?

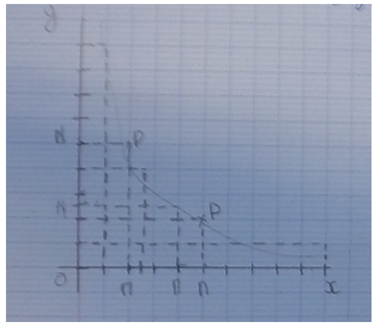
- $C(8;6)$
- $F(-4;-3)$
- $D(2;1{,}6)$
- $G(-1;0{,}75)$
- $E(9;7)$
- $H(12;9)$



Expérimentations au lycée



Représentation graphique de la fonction $f : t \longmapsto \sqrt{25-t^2}$



Les rectangles d'aire 10

Des résultats

- La géométrie repérée comme un cadre (au sens de Douady, 1984) à part entière
  - les objets sont au croisement des cadres géométrique, numérique, algébrique et fonctionnel, comme le « point repéré » ou la « droite numérique »
  - Une des difficultés est liée à la multiplicité des registres convoqués
  - ➢ Des difficultés largement « transparentes » et donc sous-estimées en tant qu'enjeux d'apprentissage
    - ➢ par exemple, la mise en bijection des points avec des couples de nombres dans le repère
- Des situations qui permettent la prise en charge de ces objets de savoir dans les classes

Des communications

CORFEM

COmmission (inter-IREM) de Recherche sur la Formation des Enseignants en Mathématiques

XXIII^{e} Colloque CORFEM

pour les professeurs et formateurs chargés de la formation des enseignants de mathématiques du second degré

Jeudi 9 & Vendredi 10 juin 2016

Faculté d'éducation (FDE) de l'Université de Montpellier, site de Nîmes

62, rue Vincent Faïta, 30000 NIMES

crédit photo : liaworks.com

XXII^{e} Colloque CORFEM

pour les professeurs et formateurs chargés de la formation des enseignants de mathématiques du second degré

11 & 12 juin 2015

Faculté d'éducation (FDE) de l'Université de Montpellier, site de Nîmes

62, rue Vincent Faïta, 30000 NIMES

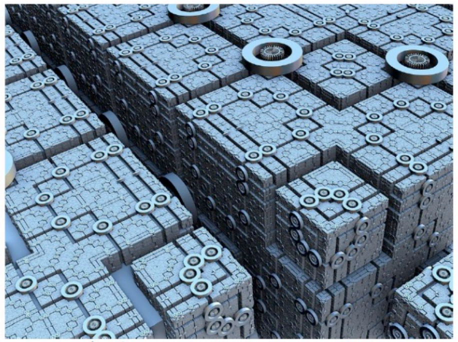
crédit photo : liaworks.com

XXV^{e} Colloque CORFEM

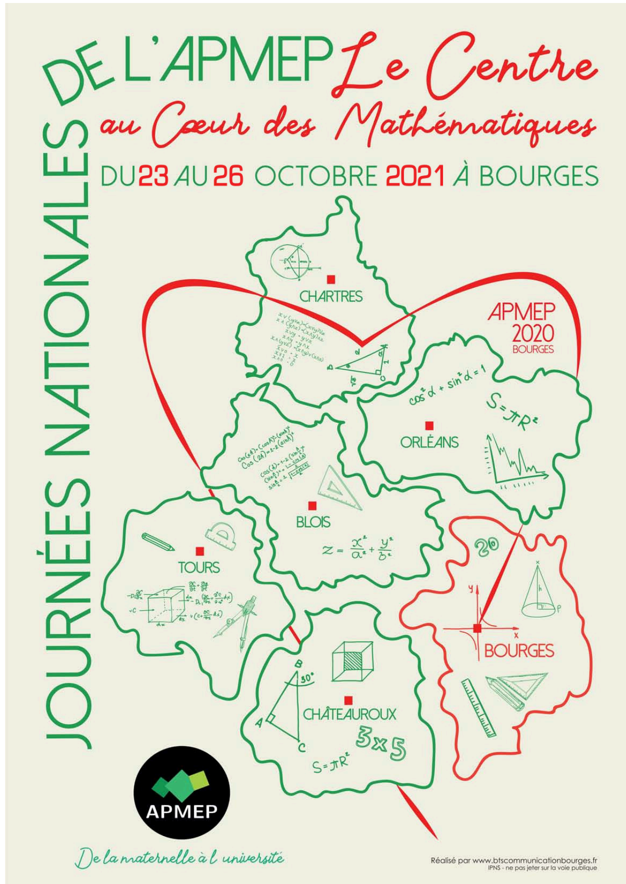
pour les professeurs et formateurs de mathématiques

Lundi 11 & Mardi 12 juin 2018

ESPE d'Aquitaine – Université de Bordeaux



pixabay.com - Creative Commons CCO



Une publication d'interface

- Cerclé, V., **Chesnais**, A. et Nyssen, L. (2020). Le repérage au collège et au lycée : des enjeux d'apprentissage au croisement des cadres numérique, géométrique, algébrique et fonctionnel (première partie), Petit x, 113, pp. 59 à 88. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/113x4_1633083537539-pdf
- Cerclé, V, **Chesnais**, A., Destribats, A., Dutaut, S., Gosselin, E., Leberre, J. et Nyssen, L. (2021). Le repérage au collège et au lycée : des enjeux d'apprentissage au croisement des cadres numérique, géométrique, algébrique et fonctionnel (deuxième partie), Petit x, 115, 29-63.

Un questionnement plus récent sur le langage

- Une question de départ : peut-on être tout à fait rigoureux dans son langage, dans la classe de mathématiques (dans le secondaire ou en formation) ?
  - ➢Peut-on éviter les « abus de langage » ?

Abus de langage

G. Audibert,
I.R.E.M. Montpellier.

42é Bulletin de l'APMEP
n°275-276 - Automne 1970

Rappelons tout d'abord la définition d'une fonction.

Une fonction f est la donnée de deux ensembles E et F et d'une relation qui à chaque élément x de E fait correspondre un élément et un seul y de F; on notera $f : E \to F$. On dit que y est la valeur de la fonction correspondant à x, la variable.

Dans l'enseignement secondaire, une grande confusion a régné assez longtemps quant à la définition de la notion de fonction; je reproduis ici une « définition » de Maillard et Millet (1954) :

« Un nombre y est fonction d'un nombre x si la connaissance de la valeur numérique de x détermine celle de y.

La fonction y est alors définie pour cette valeur de x ».

Nous allons étudier maintenant trois exemples dans lesquels, à travers la notion de fonction transparaissent d'autres notions distinctes comme celles de « valeurs prises par une fonction », C'est la juxtaposition de ces différentes notions en une seule qui conduit, à des abus de langage nécessaires et fructueux.

- ➢ L'abus de langage comme étape ultime de l'apprentissage, après la « confusion » et la « rigueur » (Audibert, 1970)
- ➢ Un questionnement sur l'appropriation par les élèves des pratiques langagières expertes en lier avec la construction du sens des notions et pratiques associées

Naturalisation et transparence

« la communauté des mathématicien-ne-s a développé des pratiques discursives qui lui sont propres et qui s'écartent parfois des pratiques langagières non mathématiques. Ces pratiques reposent sur de nombreux implicites qui sont parfois naturalisés au point d'être difficilement identifiables par les locuteurs/trices, y compris (ou en particulier) par les « locuteurs/trices compétent-e-s ». (Barrier et Durand-Guerrier, actes CORFEM 2015)

- Des pratiques expertes nécessaires et performantes mais qui nécessitent une construction
- Des savoirs/pratiques transparent(e)s
- Un travail à faire pour les « dénaturaliser » (Robert, 2020) chez les experts (les enseignants)
- Et pour les prendre en charge de façon consciente, raisonnée et systématique dans les classes (Chesnais, 2018)

Un travail sur le langage verbal

Le rapport entre distance et longueur : enjeu de vocabulaire ou de raisonnement ?

<u>Exercice n°1 :</u> *Distance entre deux points.*

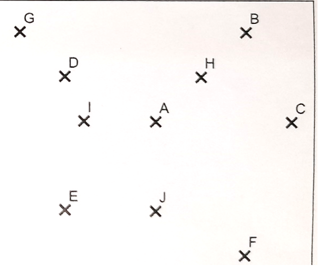
En précisant les instruments de géométrie utilisés, détermine :

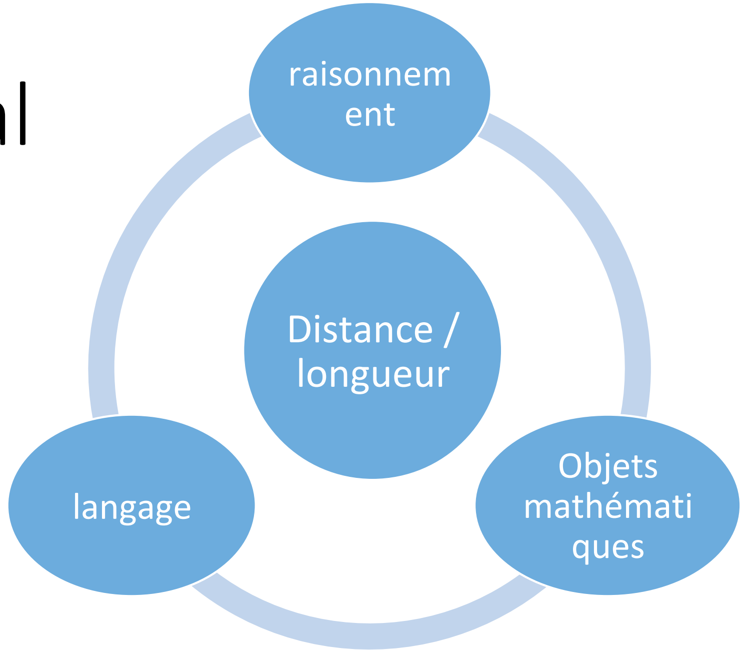
a) Le point le plus proche de A.

b) Le point le plus éloigné de A.

c) Est-ce que AD = JF ?

d) Trouve un point à la distance AC du point E.





On a mesuré [AC] et on a ~~trouvé~~ trouvé que [D] que égale a [AC]

La distance AC du point E est D

La réponse est le point D parce que le point [ED] a la même longueur que [AC].

Le point D et à la distance du point E car quand on mesure au compas en voie que le point D et pas la même longueure du point A mais la même longueur du point E

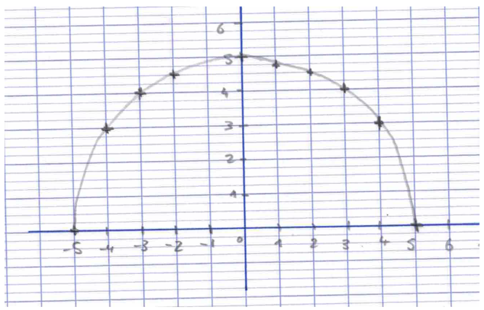
Le segment [ED] est à la même distance de [AC]

La distance du segment [AC] fait la même la même distance du segment [ED]

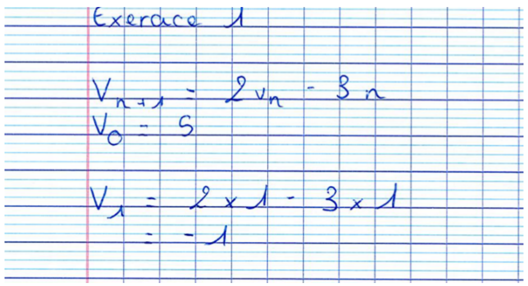
Le segment ED à la même distance que le segment AC

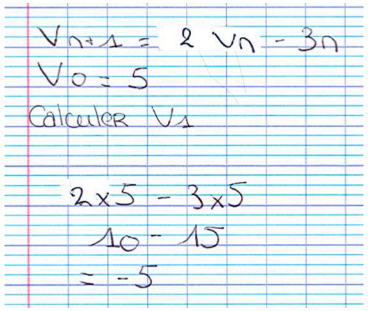
le point a la longeur de AC c'est ED.

Le point D et la même distance A ~~que le point~~

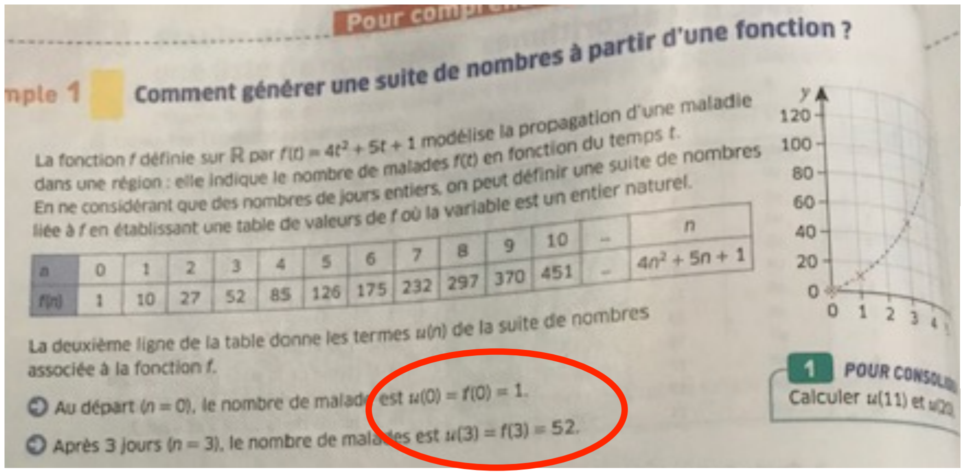


Un travail sur le langage symbolique





Des erreurs d'élèves : un problème de « substitution » (Constantin, 2021) ?



Pour comprendre

Exemple 1 Comment générer une suite de nombres à partir d'une fonction ?

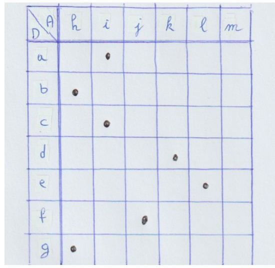
La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = 4t^2 + 5t + 1$ modélise la propagation d'une maladie dans une région : elle indique le nombre de malades $f(t)$ en fonction du temps t.
En ne considérant que des nombres de jours entiers, on peut définir une suite de nombres liée à f en établissant une table de valeurs de f où la variable est un entier naturel.

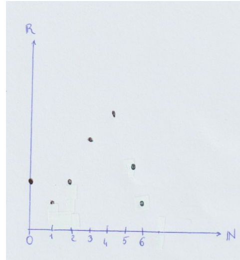
n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...	n
f(n)	1	10	27	52	85	126	175	232	297	370	451	...	$4n^2 + 5n + 1$

La deuxième ligne de la table donne les termes $u(n)$ de la suite de nombres associée à la fonction f.

- Au départ ($n = 0$), le nombre de malades est $u(0) = f(0) = 1$.
- Après 3 jours ($n = 3$), le nombre de malades est $u(3) = f(3) = 52$.

1 POUR CONSOLIDER
Calculer $u(11)$ et $u(2$…





Deux points de vue sur la suite

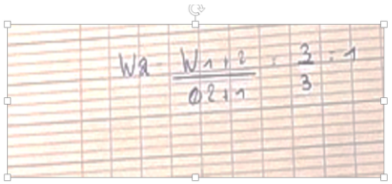
<table>
<tr><th>Regard fonction</th><th>Regard liste de nombres</th></tr>
<tr><td>Une suite = une fonction définie sur N
u: N-> R , n -> u(n)
<table><tr><th>n</th><th>0</th><th>3</th><th>1</th></tr><tr><td>u(n)</td><td>u0</td><td>u3</td><td>u1</td></tr></table></td>
<td>Une suite = une liste (ordonnée, classée, rangée) de réels
u0 ; u1 ; u2 ; …</td></tr>
<tr><td>Une suite est alors un sous-ensemble de NxR, càd un ensemble de couples en bijection avec N :
Suite (un) = {(0;u0);(1;u1);… (n;un);…}</td>
<td>Une suite est alors un N-uplet (liste ordonnée de N réels), càd un élément de R^N :
Suite (un) = (u0 ; u1;… ; un ; …)</td></tr>
<tr><td>Pour obtenir la suite-fonction à partir de la liste, on associe à chaque terme un numéro</td>
<td>Pour obtenir la suite-liste à partir de la fonction, on considère la liste ordonnées des images par la fonction</td></tr>
</table>

P : « Pourquoi ça fait 3 ici ? »

E : « ben w1 ça fait 2 donc on fait 2 plus 2 ah non ça fait 4 »

P : « oui et en bas ? en bas c'est n + 1 donc t'as décidé de mettre quoi à la place de n ? »

E : « ben w2 heu non ben si n+1 ah non c'est 1+1 »



Expérimentations en formation d'enseignants

Hypothèse : la maîtrise des pratiques langagières mathématiques ne suffit pas, il faut être capable de les déplier, les reformuler, les discuter pour pouvoir enseigner (-> nécessite de les dénaturaliser)

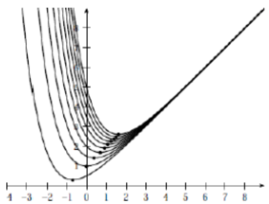
- Test : distinction point / nombre dans le repère

Exercice de Terminale S

Soit k un réel strictement positif. On considère les fonctions f_k définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f_k(x) = x + ke^{-x}.$$

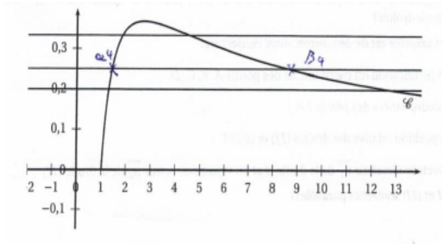
On note $\mathscr{C}_k$ la courbe représentative de la fonction f_k dans un plan muni d'un repère orthonormé.
On a représenté ci-dessous quelques courbes $\mathscr{C}_k$ pour différentes valeurs de k.



Quel problème mobilisant les notions de minimum et d'alignement peut-on proposer à des élèves de Terminale S sur la base de cet énoncé ?

- Formulez la consigne
- Présentez une correction de l'exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de Terminale S

Un élève, dont on a reproduit ci-dessous le graphique, a conjecturé que la limite de la suite (α_n) est 0.



Analysez cette production.

Voici trois productions d'élèves de 1re Enseignement de Spécialité :

P1

$V_{n+1} = 2V_n - 3n$
$V_0 = 5$
Calculer V_1
$2\times5 - 3\times5$
$10 - 15$
$= -5$

P2

Exercice 1
$V_{n+1} = 2V_n - 3n$
$V_0 = 5$
$V_1 = 2\times1 - 3\times1$
$= -1$

P3

exercice 1 :
$v_{n+1} = 2v_n - 3n$ et $v_0 = 5$
$v_1 = 2v_0 - 3\times1 = 2\times5 - 3 = 10 - 3 = 7$

1) Analyser ces productions en mettant en valeur les réussites et les erreurs de chaque élève.
2) Pour chaque élève, proposer une aide qui pourrait lui permettre d'identifier et corriger sa production.
3) Quelle difficulté commune montrent ces trois productions ?

3) Ces trois productions montrent des difficultés à faire la distinction entre v_n et n

3) Erreur commune : Problème d'identification de "n"

(3) Les 3 productions montrent que les élèves ont du mal à identifier la valeur de n.
Ils n'ont pas conscience que calculer la valeur de la suite au rang n = 0, revient
à calculer V_1. Et que calculer V_1, ne veut pas dire que n = 1.

Actualités et perspectives

- Un atelier prévu à la CORFEM 2023
- Des tests en cours au collège
- Une expérimentation qui débute au collège

- Un article en préparation…

A suivre…