Île Calexico - Clôture

Mars 2024

Jérémie Brieussel jeremie.brieussel@umontpellier.fr

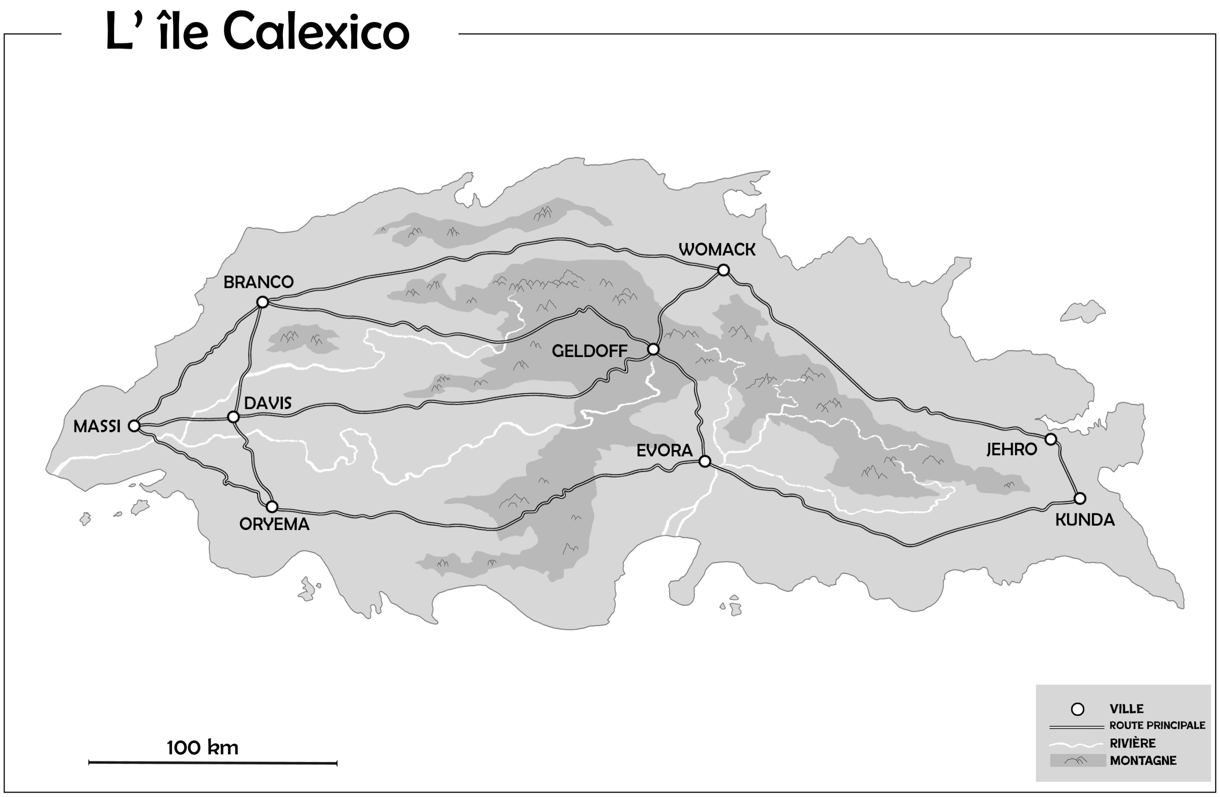
Ce texte de *clôture* vise à proposer une résolution du problème de l'île de Calexico. Il est plutôt à destination des enseignants, mais peut aussi être lu par les élèves. Le but est d'accompagner les classes vers une clôture de la résolution collaborative.

1 Rappel de l'énoncé

En prévision de la fin du pétrole, il a été décidé de remplacer les routes principales de l'île Calexico par des lignes de train.

La transformation d'un kilomètre de route en un kilomètre de voie ferrée coûte 1,5 million d'euro en plaine, deux fois plus en zone montagneuse. Le réaménagement d'un pont existant coûte 30 millions d'euros. Le budget maximum a été fixé à 1,2 milliard d'euros.

Pour aider à la réalisation du projet, quelles transformations proposeriez vous pour obtenir un aménagement le plus satisfaisant possible ?



2 Mesure des distances et des coûts d'aménagement

Pour déterminer ce qu'il est possible de faire avec le budget alloué, il est nécessaire de calculer le coût du réaménagement de chaque tronçon de route en voie ferrée.

2.1 Les formules de coût

D'après l'énoncé, la formule du coût d'un tronçon, exprimé en millions d'euros, est la suivante :

$$\text{coût} = 1,5 \times \text{long}_{\text{plaine}} + 3 \times \text{long}_{\text{montagne}} + 30 \times \text{nombre}_{\text{pont}} \tag{1}$$

où $\text{long}_{\text{plaine}}$ désigne la longueur des portions de trajets situées en plaine (hors montagne) et $\text{long}_{\text{montagne}}$ la longueur des portions de trajets situées en montagne. D'après la carte, pour chaque tronçon reliant directement deux villes, le nombre de pont, noté $\text{nombre}_{\text{pont}}$, vaut soit 1 (par exemple pour le tronçon Massi-Oryema), soit 0 (par exemple pour le tronçon Oryema-Evora).

Cette formule peut se réécrire

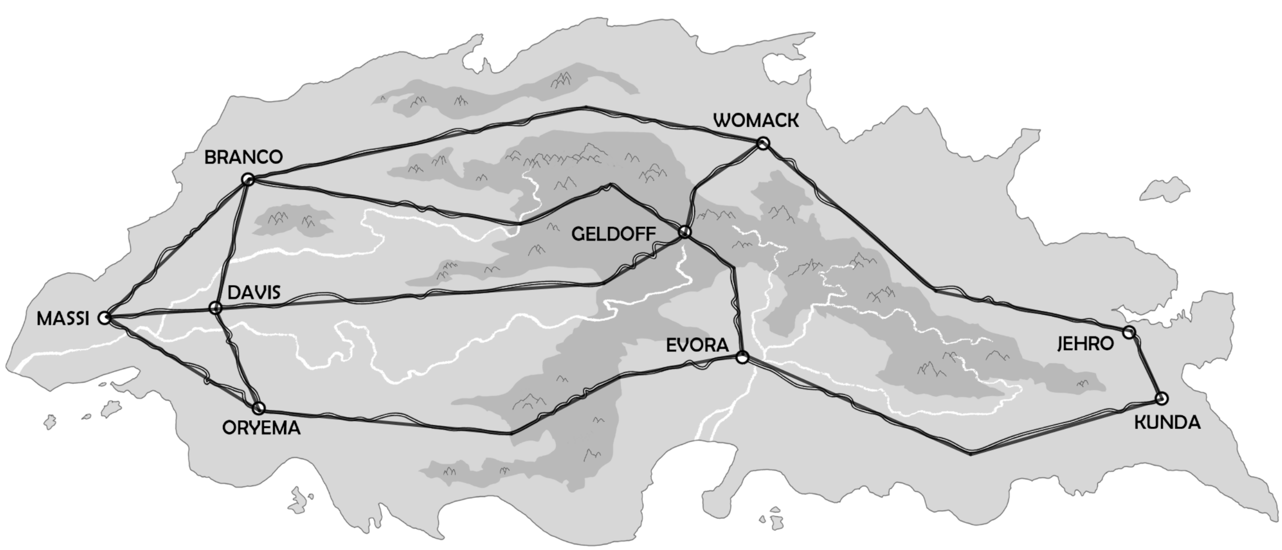
$$\text{coût} = 1,5 \times \left(\text{long}_{\text{tronçon}} + \text{long}_{\text{montagne}}\right) + 30 \times \text{nombre}_{\text{pont}} \tag{2}$$

où $\text{long}_{\text{tronçon}} = \text{long}_{\text{plaine}} + \text{long}_{\text{montagne}}$ désigne la longueur totale du tronçon dont on évalue le coût.

Nous devons donc dans un premier temps mesurer les longueurs des différents tronçons et de leurs portions montagneuses.

2.2 Mesure des longueurs

Voici une première manière de mesurer les distances : en faisant une *a*pproximation affine, c'est-à-dire en remplaçant les lignes courbes par des assemblages de lignes droites :



Par exemple, le tronçon de route entre Branco et Geldoff est approché par trois morceaux en ligne droite, dont deux sont situés en zone montagneuse. On mesure que le premier segment partant de Branco fait $4,3$cm, puis le second $1,6$cm et le dernier $1,4$cm. Sachant que l'échelle représentant 100km mesure $4,4$cm (impression de la fiction au format A4 standard, mais la valeur peut dépendre du paramétrage de l'imprimante), on en déduit que pour le tronçon Branco-Geldoff

$$\text{long}_{\text{plaine}} = \frac{4,3 \times 100}{4,4} = 98\text{km} \quad \text{et} \quad \text{long}_{\text{montagne}} = \frac{(1,6+1,4) \times 100}{4,4} = 68\text{km}$$

On choisit ici d'arrondir les distances au kilomètre entier le plus proche, d'une part afin d'améliorer la lisibilité du document, d'autre part car les mesures faites sur la carte imprimée ont une précision d'environ un millimètre, soit quasiment 2km sur un tronçon. Comme ce tronçon contient également un pont, on déduit de la formule (1) que son coût de réaménagement est de

$$\text{coût}_{\text{Branco-Geldoff}} = 1,5 \times 98 + 3 \times 68 + 30 \times 1 = 378\text{M€}.$$

Il faut procéder de la même manière pour chacun des 14 tronçons présents sur la carte.

2.3 Tableau de distances et de coûts

On consigne les résultats dans un tableau.

Tronçon	plaine en cm	montagne en cm	$long_{plaine}$ en km	$long_{montagne}$ en km	$long_{tronçon}$ en km	$nombre_{pont}$	coût en M€
Massi-Branco	3,1	0	70	0	**70**	0	**105**
Massi-Davis	1,7	0	39	0	**39**	1	**88,5**
Massi-Oryema	2,8	0	64	0	**64**	1	**126**
Branco-Davis	2,1	0	48	0	**48**	1	**102**
Davis-Oryema	1,7	0	39	0	**39**	1	**88,5**
Branco-Womack	8,3	0	189	0	**189**	0	**283,5**
Branco-Geldoff	7,2	3	164	68	**232**	1	**378**
Davis-Geldoff	7,6	1,5	173	34	**207**	0	**310,5**
Oryema-Evora	7,9	1,9	180	43	**223**	0	**334,5**
Geldoff-Womack	2	0,7	45	16	**61**	0	**91,5**
Geldoff-Evora	2,3	0,9	52	20	**72**	0	**108**
Womack-Jehro	6,8	0	155	0	**155**	0	**232,5**
Evora-Kunda	7,1	0	161	0	**161**	1	**271,5**
Jehro-Kunda	1,2	0	27	0	**27**	0	**40,5**

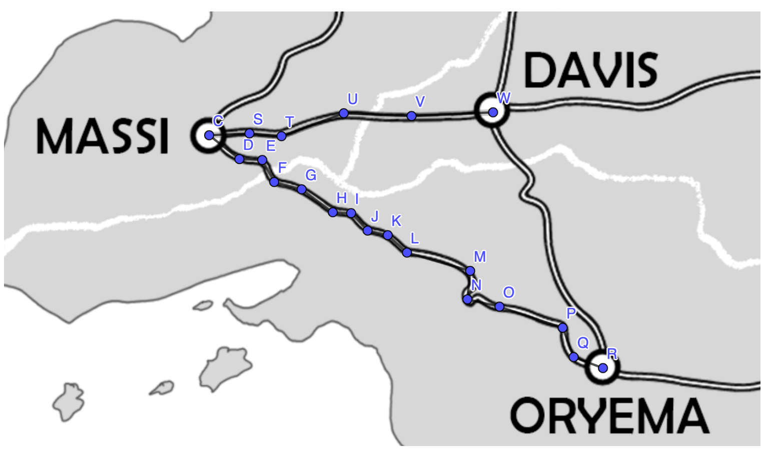
2.4 Qualité d'approximation

Lorsque nous avons choisi des morceaux de ligne droite à mesurer pour remplacer les trajectoires courbes des routes, nous avons nécessairement fait des erreurs de mesure. On peut chercher à quantifier l'impact de ces erreurs.

Une méthode consiste à améliorer la précision de calcul de longueur. Si au lieu de tracer un seul segment pour le trajet Massi-Oryema, on trace 15 segments et que l'on mesure la longueur de chacun d'entre eux, on trouve une longueur de $3,3$cm au lieu de 3cm pour un seul segment. Cela représente une erreur d'environ 10%, alors que le trajet Massi-Oryema est visiblement l'un des plus tortueux.

Si on fait la même chose pour le trajet Massi-Davis en affinant avec 5 segments, l'erreur faite est inférieur au millimètre, soit moins de 5%.

Nous considérerons comme acceptables les approximations du tableau précédent.

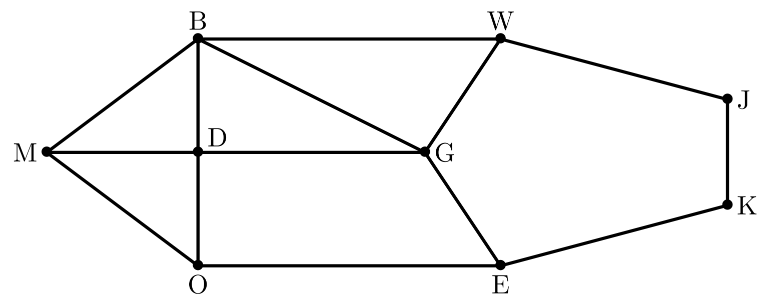


3 Choisir un réseau et évaluer son coût

Nous devons maintenant choisir les tronçons qui seront réaménagés. Nous allons donc faire plusieurs propositions de réseaux, et les étudier chacun leur tour. Commençons par donner une représentation simple d'un réseau.

3.1 Représentation des réseaux par des graphes

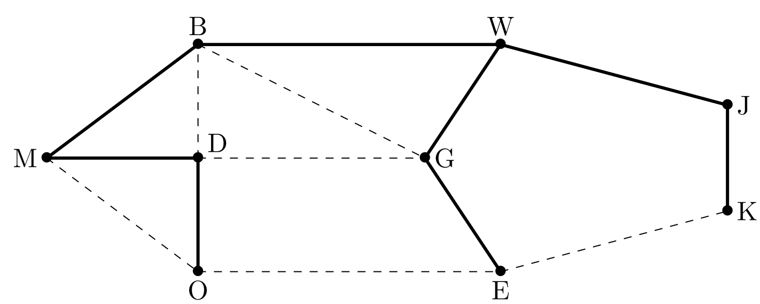
Afin de pouvoir décrire les réseaux, nous commençons par assimiler la carte avec les routes à un *graphe*. Cela signifie qu'on identifie les villes à des points, aussi appelés *sommets du graphe*, et les routes à des traits, appelés *arêtes du graphe*. On obtient une "carte simplifiée".



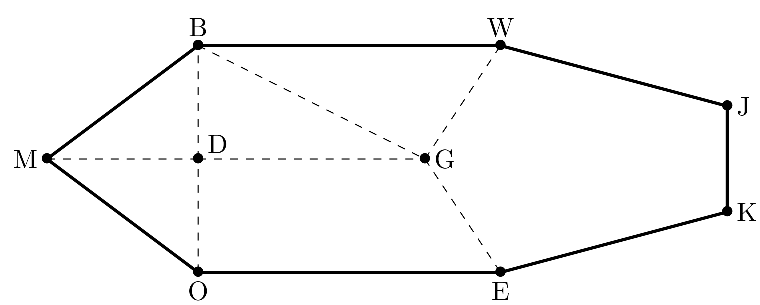
Réseau complet

Pour simplifier l'écriture, on ne note que la première lettre du nom d'une ville.

Pour décrire un réseau, on trace en trait plein les tronçons (arêtes) qui vont être réaménagés et en trait pointillés les tronçons qui ne seront pas réaménagés. Par exemple voici quelques réseaux proposés par des classes :



Réseau "côte Nord"



Réseau "Tour de l'île"

3.2 Calcul du coût d'un réseau

Le calcul du coût d'un réseau est très important, puisque nous sommes soumis à une contrainte budgétaire : le projet dispose de 1200M€. Pour être satisfaisant, un réseau doit être réalisable ! donc il doit respecter le budget.

Pour calculer le coût d'un réseau, c'est très facile, il suffit de faire la somme des coûts des tronçons qui seront réaménagés. Pour les exemples précédents, on trouve :

$$\begin{aligned}\text{coût(Rés. côte Nord)} &= \text{coût}_{DO} + \text{coût}_{DM} + \text{coût}_{MB} + \text{coût}_{BW} + \text{coût}_{WG} + \text{coût}_{GE} + \text{coût}_{WJ} + \text{coût}_{JK} \\ &= 88,5 + 88,5 + 105 + 283,5 + 91,5 + 108 + 232,5 + 40,5 = 1038\text{M€}\end{aligned}$$

En particulier, le réaménagement pour obtenir le réseau "côte Nord" est compatible avec le budget de 1200M€.

Pour le réseau "tour de l'île", on trouve

$$\begin{aligned}\text{coût(Rés. tour de l'île)} &= \text{coût}_{MB} + \text{coût}_{BW} + \text{coût}_{WJ} + \text{coût}_{JK} + \text{coût}_{KE} + \text{coût}_{EO} + \text{coût}OM \\ &= 105 + 283,5 + 232,5 + 40,5 + 271,5 + 334,5 + 126 = 1393,5\text{M€}\end{aligned}$$

Il ne sera donc pas possible de réaménager tous les tronçons qui longent la côte puisque cela dépasse le budget de 1200M€.

4 Évaluer la *satisfaction* d'un réseau

Puisqu'on nous demande de déterminer un réseau *le plus satisfaisant possible*, il est nécessaire de discuter ce que signifie ici *satisfaisant*.

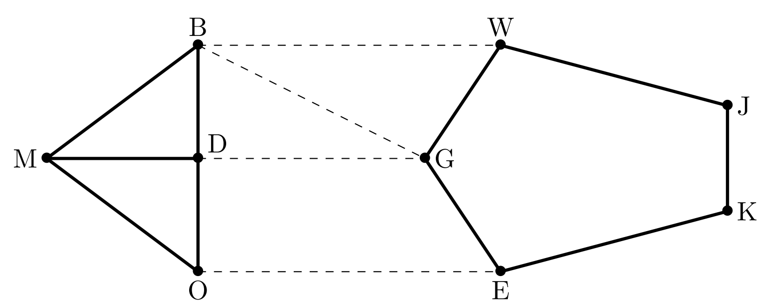
La satisfaction est une notion *subjective* : chaque personne (chaque sujet) peut être satisfaite pour des raisons différentes. Il est pourtant nécessaire de trouver un sens commun à cette notion.

4.1 Un réseau *connexe*

Le but d'un réseau de transport est de permettre aux gens de se déplacer où ils veulent. Pour être satisfaisant, un réseau doit permettre aux habitants de chaque ville de pouvoir se rendre en train dans n'importe quelle autre ville. En mathématiques, on dit que le graphe du réseau est *connexe*.

Par exemple, le réseau "tour de l'île" n'est pas connexe, donc pas satisfaisant, puisque les habitants de Davis ne peuvent pas quitter leur ville en train.

Le réseau "Est-Ouest" ci-dessous n'est pas non plus connexe, donc pas satisfaisant. Les habitants des villes de l'Ouest ne peuvent pas se rendre en train vers une ville de l'Est (et vice-versa).



Réseau "Est-Ouest"

4.2 Un indicateur de satisfaction : le temps moyen de trajet

Comme nous allons le voir, il existe beaucoup de réseaux connexes, et tous ne seront pas aussi satisfaisants les uns que les autres.

Par exemple, si Geoffrey, qui habite la ville d'Oryema, souhaite rendre visite à son amie Cesaria, qui habite la ville d'Evora, il ne sera pas très content si l'on choisit de construire le réseau "côte Nord", puisqu'il lui faudra passer par Davis, Massi, Branco, Womack et Geldoff. Il préférerait certainement que l'on réaménage le tronçon Oryema-Evora.

À l'inverse, le choix du réseau "côte Nord" est très satisfaisant pour Touré, habitant Kunda, lorsqu'il souhaite aller surfer chez Bobby, à Womack, puisque les deux tronçons Kunda-Jehro et Jehro-Womack (qui forment la route la plus courte de Kunda à Womack) pourront être parcourus en train.

En général, pour chaque trajet, notre satisfaction sera d'autant plus grande que le trajet sera court. Mais nous avons des habitudes de trajets différentes les uns des autres.

Comment pouvons nous prendre en compte les avis de toutes et tous ? Il va falloir faire une **moyenne des temps de trajets**.

Nous devons donc d'abord estimer les temps de trajets. Pour cela, nous allons prendre un modèle simple, où les trains circulent toujours à une même vitesse v, par exemple $v = 100\text{km/h}$. On supposera aussi que les correspondances et les arrêts en gare ont une durée négligeable. Ce sont des hypothèses simplificatrices, voir paragraphe 6 pour une discussion à leur sujet.

Dans ce cas, le temps de trajet est donné par la formule suivante :

$$\text{temps}_{\text{tronçon}} = \text{long}_{\text{tronçon}} \times v = 100 \times \text{long}_{\text{tronçon}}. \tag{3}$$

Par exemple, pour le trajet Oryema-Evora avec le réseau "côte Nord", on trouve

$$\begin{aligned}\text{temps}_{OE} &= \text{long}_{OE} \times v \\ &= (\text{long}_{OD} + \text{long}_{DM} + \text{long}_{MB} + \text{long}_{BW} + \text{long}_{WG} + \text{long}_{GE}) \times v \\ &= (39 + 39 + 70 + 189 + 72 + 61) \times v = 470 \times v\end{aligned}$$

Nos hypothèses impliquent que le temps est exactement proportionnel à la longueur du parcours. Il suffit donc de calculer la **moyenne des longueurs des trajets** pour obtenir un indicateur de satisfaction.

Pour un réseau donné, nous devons faire la moyenne entre tous les trajets possibles entre deux villes. Il y a 9 villes sur la carte. Nous avons donc 9 choix possibles pour la ville de départ, 8 choix possibles pour la ville d'arrivée, donc $9 \times 8 = 72$ trajets possibles. Toutefois quelque soit le sens de trajet, la distance est la même. Il y a donc $\frac{72}{2} = 36$ longueurs de trajets à calculer pour faire la moyenne. On peut les représenter dans un tableau triangulaire, dont les entrées sont les longueurs des trajets, exprimées en km.

Remarquons que les temps de trajets ne seraient pas les mêmes dans les deux sens si on supposait que les trains vont moins vite dans les montées. Dans ce cas, il faudrait faire un tableau rectangulaire.

	Branco	Davis	Oryema	Womack	Geldoff	Evora	Jehro	Kunda
Massi	70	39	78	259	320	392	475	502
Branco		109	148	189	250	322	344	371
Davis			39	298	359	431	514	541
Oryema				337	398	470	553	580
Womack					61	133	155	182
Geldoff						72	216	243
Evora							288	315
Jehro								27

Réseau Côte Nord

L'indicateur *longueur moyenne uniforme* est donc la moyenne des 36 longueurs de trajets du tableau. On trouve ici

$$\text{LMU(Rés. côte Nord)} = \frac{\text{long}_{MB} + \text{long}_{MD} + \text{long}_{MO} + \cdots + \text{long}_{EJ} + \text{long}_{EK} + \text{long}_{JK}}{36} = 280\text{km}.$$

Plus le nombre LMU est petit, plus les trajets sont courts, plus le réseau est considéré comme satisfaisant.

La lettre U fait ici référence au mot *uniforme*, qui désigne le fait que nous n'avons pas considéré de trajets comme plus important que d'autres. En effet, nous n'avons pas d'autres informations que ce que décrit la carte. Nous ne savons pas si certaines villes sont plus peuplées, ou importantes (capital, port, station touristique,etc) que d'autres. L'indicateur LMU accorde autant d'importance à chacun des 36 trajets.

4.3 Un autre indicateur

Même sans disposer d'informations supplémentaires, on peut considérer que certains trajets sont plus importants que d'autres. Par exemple, on peut penser que les gens voyagent plus souvent dans une ville plus proche. Par exemple il peut y avoir des trajets quotidiens pour le travail ou les études, alors que l'on ne se déplace à l'autre bout de l'île que rarement, pour les vacances.

Pour tenir compte de cela, on peut proposer un autre indicateur, où l'on considère que les trajets entre des villes situées à moins de 100km l'une de l'autre ont lieu 10 fois plus souvent. C'est-à-dire que la moyenne des longueurs des trajets est pondérées par les coefficients du tableau suivant:

	Branco	Davis	Oryema	Womack	Geldoff	Evora	Jehro	Kunda
Massi	10	10	10	1	1	1	1	1
Branco		10	1	1	1	1	1	1
Davis			10	1	1	1	1	1
Oryema				1	1	1	1	1
Womack					10	1	1	1
Geldoff						10	1	1
Evora							1	1
Jehro								10

Pondération de proximité : x10 si le trajet mesure moins de 100km

On obtient alors un deuxième indicateur, la *longueur moyenne pondérée*. Pour le réseau "côte Nord".

$$\text{LMP(Rés. côte Nord)} = \frac{10\text{long}_{MB} + 10\text{long}_{MD} + \cdots + \text{long}_{EJ} + \text{long}_{EK} + 10\text{long}_{JK}}{36} = 134,6\text{km}.$$

Là encore, plus le nombre LMP est petit, plus les trajets sont courts, plus le réseau est considéré comme satisfaisant.

5 Étude de cas

Nous devons donc maintenant déterminer le réseau le plus satisfaisant possible. En principe, il faudrait étudier tous les réseaux et calculer les indicateurs pour chacun d'eux.

5.1 Nombre total de réseaux possibles

Mais cela fait beaucoup de réseaux... Il y a 14 arêtes sur le graphe, correspondant aux tronçons de route reliant deux villes directement. Il y a donc $2^{14} = 2 \times 2 \times 2 \times \cdots \times 2$ (14 fois) $= 16\ 384$ réseaux possibles !

(En effet, on a deux choix possibles pour le tronçon Massi-Branco : le réaménager ou pas, puis deux choix possibles pour Massi-Davis : le réaménager ou pas, puis deux choix possibles pour Branco-Davis, etc pour chacun des 14 trajets.)

5.2 Critères d'élimination

Nous avons déjà vu deux critères pour éliminer des réseaux qui ne seront pas *le plus satisfaisant* :

- le coût : si un réseau coûte plus de 1200M€, il dépasse le budget.
- la connexité : si deux des villes de l'île ne peuvent pas être reliées en prenant le train, alors le réseau n'est pas satisfaisant.

Il y a un troisième critère, c'est de vérifier si on peut rajouter un tronçon en respectant encore le budget. Dans ce cas, il est forcément avantageux de rajouter un tronçon car cela raccourcira forcément certains des temps de trajet (sans en rallonger aucun) : rajouter un tronçon diminue toujours les indicateurs LMU et LMP.

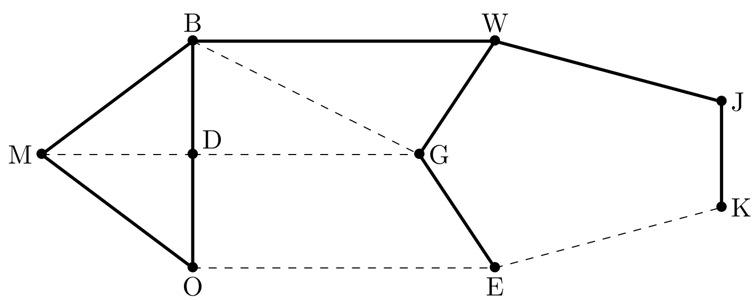
Par exemple, le réseau "côte Nord" n'est certainement pas le plus satisfaisant possible. Il coûte 1038M€, ce qui permet de rajouter le trajet Branco-Davis d'un coût de 102M€sans dépasser le budget. Cela raccourcit non seulement le trajet Branco-Davis, mais aussi le trajet Branco-Oryema, car il n'y aura plus besoin de passer par Massi.

5.3 Une sélection de différents types de réseaux

Honnêtement, il serait bien trop long d'étudier chacun des 16 384 réseaux possibles. Nous allons donc étudier quelques réseaux qui ont des caractéristiques différentes.

5.3.1 Réseau "Nord"

On propose un exemple de réseau qui privilégie les routes de la côte Nord.



Réseau "Nord"

On calcule d'abord son coût pour vérifier s'il est acceptable. On a

$$\text{coût(Nord)} = 1177,5\text{M€}.$$

On doit alors calculer *pour ce réseau* les longueurs des trajets. On obtient le tableau triangulaire suivant.

	Branco	Davis	Oryema	Womack	Geldoff	Evora	Jehro	Kunda
Massi	70	118	64	259	320	392	414	441
Branco		48	87	189	250	322	344	371
Davis			39	298	298	370	392	419
Oryema				276	337	409	431	458
Womack					61	133	155	182
Geldoff						72	216	243
Evora							288	315
Jehro								27

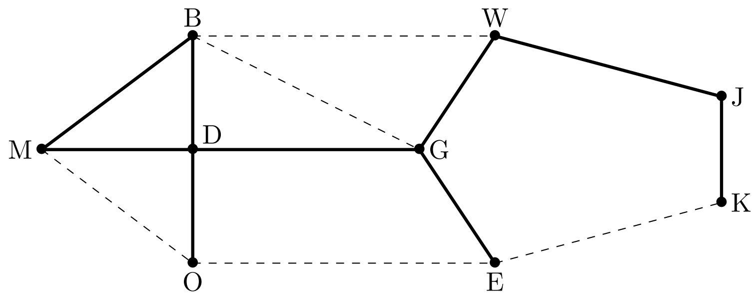
Réseau Nord

On peut alors calculer les valeurs de nos indicateurs pour ce réseau. On obtient

$$\text{LMU(Nord)} = 253\text{km} \quad \text{et} \quad \text{LMP(Nord)} = 125,9\text{km}.$$

5.3.2 Réseau "Centre"

On propose un exemple de réseau qui privilégie les trajets au centre de l'île.



Réseau "Centre"

Il est bien acceptable car son coût est

$$\text{coût(Centre)} = 1167\text{M€}.$$

En calculant les longueurs des trajets pour ce réseau, on obtient le tableau triangulaire suivant.

	Branco	Davis	Oryema	Womack	Geldoff	Evora	Jehro	Kunda
Massi	70	39	78	307	246	318	462	489
Branco		48	87	316	255	327	471	498
Davis			39	268	207	279	423	450
Oryema				307	246	318	462	489
Womack					61	133	155	182
Geldoff						72	216	243
Evora							288	315
Jehro								27

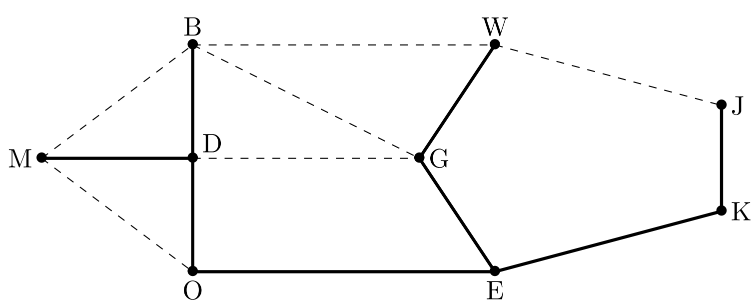
Réseau Centre

On peut alors calculer les valeurs de nos indicateurs pour ce réseau. On obtient

$$\text{LMU(Centre)} = 255,3\text{km} \quad \text{et} \quad \text{LMP(Centre)} = 121,3\text{km}.$$

5.3.3 Réseau "Sud"

On propose un exemple de réseau qui privilégie les routes de la côte Sud.



Réseau "Sud"

Il est bien acceptable car son coût est

$$\text{coût(Centre)} = 1125\text{M€}.$$

En calculant les longueurs des trajets pour ce réseau, on obtient le tableau triangulaire suivant.

	Branco	Davis	Oryema	Womack	Geldoff	Evora	Jehro	Kunda
Massi	87	39	78	434	373	301	489	462
Branco		48	87	443	382	310	498	471
Davis			39	395	334	262	450	423
Oryema				356	295	223	411	384
Womack					61	133	294	294
Geldoff						72	260	233
Evora							188	161
Jehro								27

Réseau Sud

On peut alors calculer les valeurs de nos indicateurs pour ce réseau. On obtient

$$\mathrm{LMU}(\mathrm{Sud}) = 272,1\mathrm{km} \quad \text{et} \quad \mathrm{LMP}(\mathrm{Sud}) = 128,3\mathrm{km}.$$

5.4 Conclusion provisoire

À ce stade de notre étude, le réseau “Nord” est le meilleur des trois pour l’indicateur LMU, et le réseau “Centre” est le meilleur pour l’indicateur LMP. Le réseau “Sud” est troisième pour les deux indicateurs.

On voit ici un phénomène important : **la manière dont on modélise la satisfaction influence le classement**. Pour savoir si un réseau est vraiment *le plus satisfaisant*, il ne s’agit pas seulement de calculer les valeurs prise par un indicateur (même si c’est un aspect important). Il faut aussi bien comprendre ce que mesure cet indicateur. C’est cela qui permettra de faire un choix éclairé.

À ce stade de notre étude, si nous devions proposer aux habitants de l’île Calexico un réseau aussi satisfaisant que possible, nous pouvons leur proposer le réseau “Nord” qui a le meilleur indicateur LMU de longueur moyenne uniforme, ou bien le réseau “Centre” qui a le meilleur indicateur LMP de longueur moyenne pondérée.

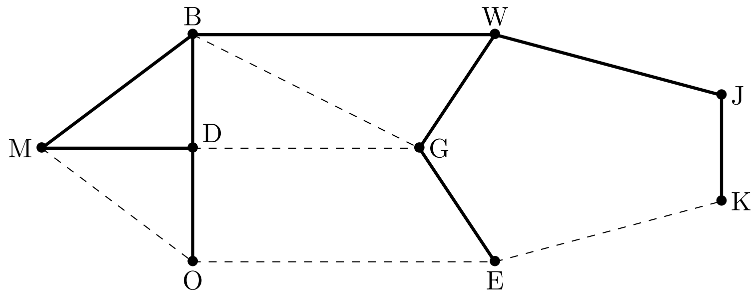
Quand on sait que l’indicateur LMU mesure la satisfaction sur tous les trajets, alors que l’indicateur LMP considère comme plus importants les trajets de courtes distances (disons les trajets du quotidien), le choix entre ces deux réseaux devient un choix *politique* : devons-nous privilégier les trajets sur des courtes distances ou bien sur l’ensemble du réseau ?

Souad, Cristina et Miles, qui habitent Massi, Branco et Davis et se retrouvent souvent pour chanter ensemble chez les uns ou les autres, peuvent préférer la première option, tandis que Bob, habitant et travaillant à Geldoff mais qui adore explorer des plages différentes à chaque vacances privilégiera vraisemblablement la deuxième option.

5.5 Explorer

Nous sommes très loin d’avoir testé les 16 384 réseaux possibles de l’île Calexico, alors il était sans doute un peu tôt pour conclure. Nous n’avons comparé que 3 réseaux, et il apparait que l’un d’eux est meilleur pour les courtes distances, et l’autre meilleur globalement. Et si nous essayions de combiner/mélanger ces deux réseaux pour en trouver un encore meilleur ?

Voici une proposition de réseau “mixte”, où l’on garde les longs tronçons du réseau “Nord” et les tronçons courts du réseau “Centre”.



Réseau “Mixte”

On vérifie qu'il est aussi acceptable :

$$\text{coût(Mixte)} = 1140\text{M€}.$$

On calcule une fois de plus le tableau triangulaire.

	Branco	Davis	Oryema	Womack	Geldoff	Evora	Jehro	Kunda
Massi	70	39	78	259	320	392	414	441
Branco		48	87	189	250	322	344	371
Davis			39	237	298	370	392	419
Oryema				276	337	409	431	458
Womack					61	133	155	182
Geldoff						72	216	243
Evora							288	315
Jehro								27

Réseau Mixte

Et on obtient les valeurs de nos indicateurs :

$$\text{LMU(Mixte)} = 249,5\text{km} \quad \text{et} \quad \text{LMP(Mixte)} = 119,3\text{km}.$$

Ce réseau “mixte” est le meilleur des quatre que nous avons testé pour chacun des deux indicateurs. Y en a-t-il un encore meilleur pour l'un ou l'autre indicateur ? Je ne sais pas. **C'est ce réseau “mixte” que moi je proposerais aux habitants de l'île** après le travail que j'ai fourni pour faire cette étude. Peut-être pouvez vous en trouver un encore meilleur ?

6 Pour aller plus loin...

Le problème posé n'a pas de solution définitive.

On peut discuter de la validité des solutions proposées, sachant qu'elles sont forcément basées sur des mesures de distances qui sont imprécises. D'une classe à l'autre, nous n'avons pas exactement les mêmes tableaux de distances et de coûts. Si l'écart entre les valeurs prises par les indicateurs pour deux réseaux est trop faible (disons inférieur à 1km), alors peut-être que le classement serait inversé si nous avions fait d'autres petites erreurs de mesure...

Même si on garde les valeurs données dans le tableau de la section 2.3, on peut chercher s'il y a un réseau avec un meilleur indicateur LMU ou LMP. **Si vous trouvez mieux, faites-moi signe et bien sûr postez-le sur le forum !**

Une autre possibilité pour aller plus loin, ce serait de choisir un modèle plus précis : les trains ne circulent pas à vitesse constante, les arrêts ont une durée, et les correspondances aussi. Il faudrait aussi, sur un réseau fixé, choisir le tracé des lignes de trains, ainsi que leurs horaires de départ aux terminus, car la durée des correspondances dépend des synchronisations dans le tableau des horaires des lignes... mais le but était de s'amuser en classe pendant cinq semaines !