

FRONTIÈRES MARITIMES – Clôture **Quelques éléments de résolution**

Nous proposons ici une (ou plusieurs) résolution(s) possible(s) du problème des frontières maritimes. Ce texte s'adresse directement aux enseignants (mais certaines parties peuvent être lues par des élèves) pour leur donner des éléments de résolution possible et les accompagner dans l'organisation de la clôture dans leur classe de la session de résolution collaborative de problème.

Ce document est une première version, qui, malgré les relectures peut encore contenir quelques erreurs. Si vous en rencontrez, n'hésitez pas à les signaler à simon.modeste@umontpellier.fr.

Le problème suite aux choix de modélisation

Le problème proposé à l'issue de la fiction réaliste relancée est le suivant :

Tracer les frontières maritimes de la mer Tyne selon les choix qui ont été établis :

- une zone de mer ne peut appartenir qu'à un pays à la fois ;
- au-delà de 200 milles des côtes, on se situe dans les *eaux internationales* ;
- en dehors des eaux internationales, toutes les zones de la mer Tyne devront être partagées entre les pays côtiers ;
- Et avec la règle suivante :

Lorsqu'on se place quelque part dans la mer Tyne :

- **soit on est dans les eaux internationales,**
- **soit on est dans les eaux territoriales du pays le plus proche.**

Reformulé mathématiquement, il s'agit donc de déterminer l'ensemble des points de la mer les plus proches de chacune des lignes de côtes des pays Aarne, Heikki, Jussi, et Sakari¹, mais qui ne sont pas au-delà de 200 milles des côtes.

On se rend ainsi compte que les ports et leurs emplacements n'ont pas d'importance dans ce contexte. Pour rendre les dessins plus lisibles dans la suite, nous effacerons de la carte les ports ainsi que le nom de la mer Tyne.

1- Paavo n'a pas de côtes sur la mer Tyne et, selon nos choix, ce pays n'est pas concerné par le partage.

1. Limite des eaux internationales

Pour débiter la résolution de ce problème, on peut se concentrer d'abord sur la détermination des limites des eaux internationales (partie de la mer qui n'appartient à aucun pays) et des eaux territoriales (les parties de la mer qui appartiendront à un pays côtiers), qu'il faudra partager ensuite.

Revenons à la règle pour les eaux internationales : c'est l'ensemble des points de la mer qui sont à une distance supérieure à 200 milles de toute côte. Par exemple, le point A de la figure 1 est dans les eaux internationales puisque si on trace un disque centré en A et de rayon 200 milles (à l'échelle de la carte) ce disque ne rencontre aucune côte (il n'y a donc aucun point de côte à moins de 200 milles de A).

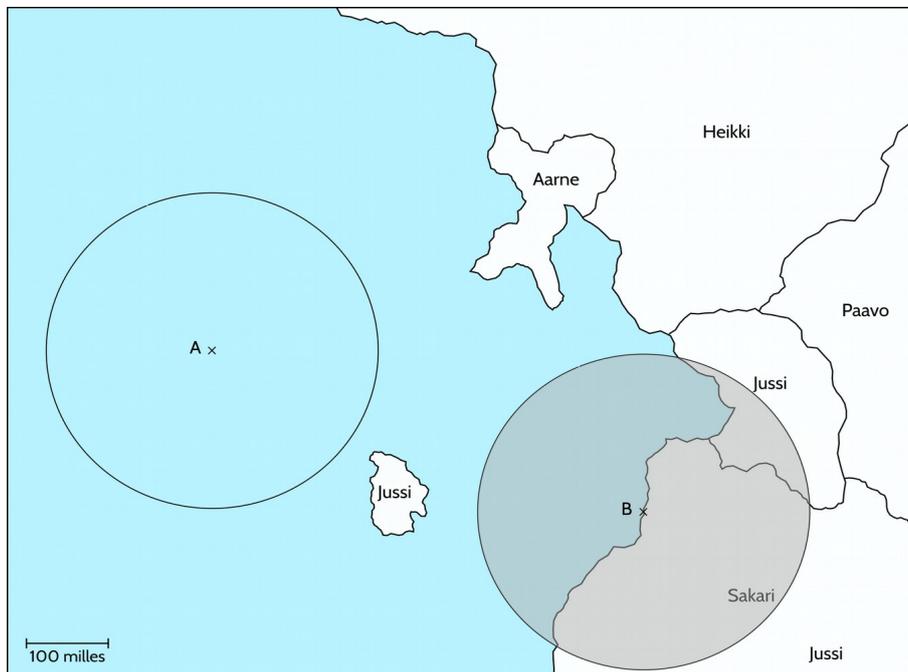


Figure 1.

Inversement, un point qui est à moins de 200 milles d'un point de la côte n'est pas dans les eaux internationales. Ainsi, à partir d'un point de la côte, on peut identifier tous les points de la mer qui se situent à moins de 200 milles de celui-ci, et savoir qu'ils ne sont pas dans les eaux internationales. Par exemple, sur la figure 1, l'ensemble des points de la mer situé à l'intérieur du disque de centre B (sur la côte de Sakari) et de rayon 200 milles (à l'échelle) sont hors des eaux internationales, autrement dit dans les eaux territoriales (mais pas forcément de Sakari).

Ceci peut donner lieu à deux manières de déterminer les eaux internationales.

Tout d'abord, en partant de la règle, on peut chercher les positions dans la mer qui sont dans les eaux internationales en faisant « se déplacer » (de façon plus ou moins organisée) un disque de rayon 200 milles, et en se demandant en quelles positions ce disque ne rencontre aucune côte. C'est ce que l'on a fait dans la figure 2a, où tous les centres des cercles bleus sont dans les eaux internationales.

Une autre possibilité est de se baser sur le principe décrit pour le point B de la figure 1. On peut alors tracer des disques de rayon 200 milles centrés sur des points de la côte pour déterminer l'ensemble des points se situant dans les eaux territoriales (on se rend compte que l'on n'a pas besoin de tracer tous les disques) comme dans la figure 2b.

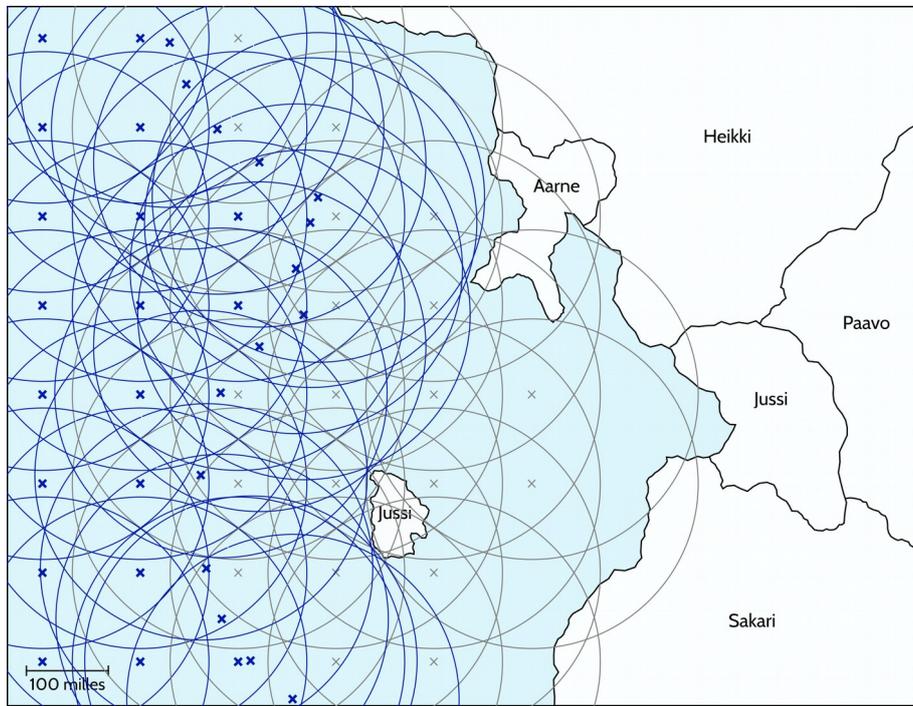


Figure 2a.

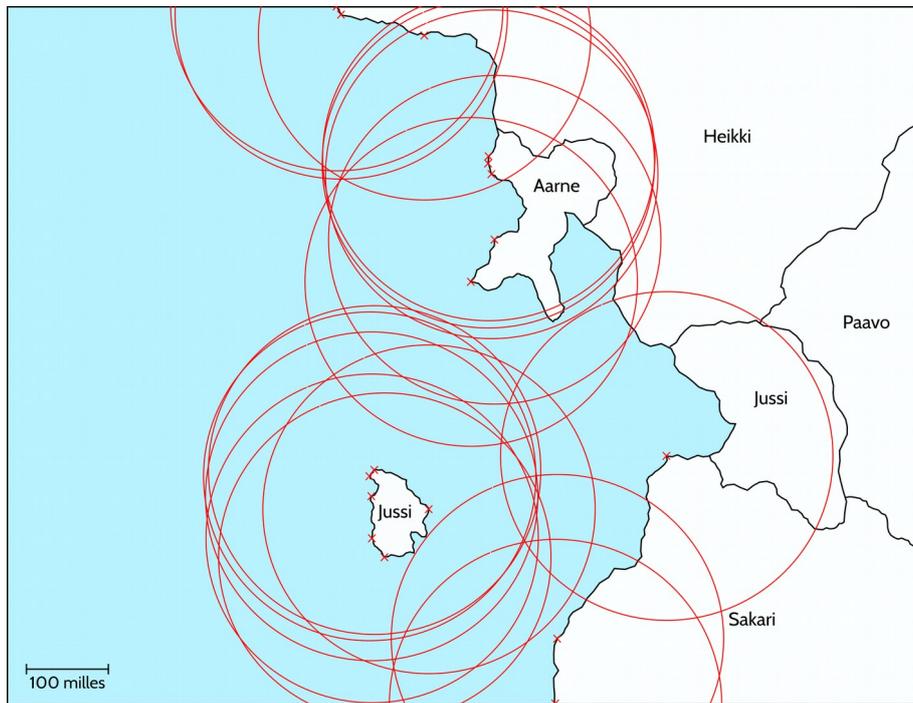


Figure 2b.

Dans les deux cas, cela permet d'obtenir le tracé d'une frontière de la zone internationale comme dans la figure 3, en pointillés (on remarque que les points de cette frontière sont situés à une distance supérieure ou égale à 200 milles de tout point de la côte, et à distance exactement 200 milles d'au moins un point de la côte).

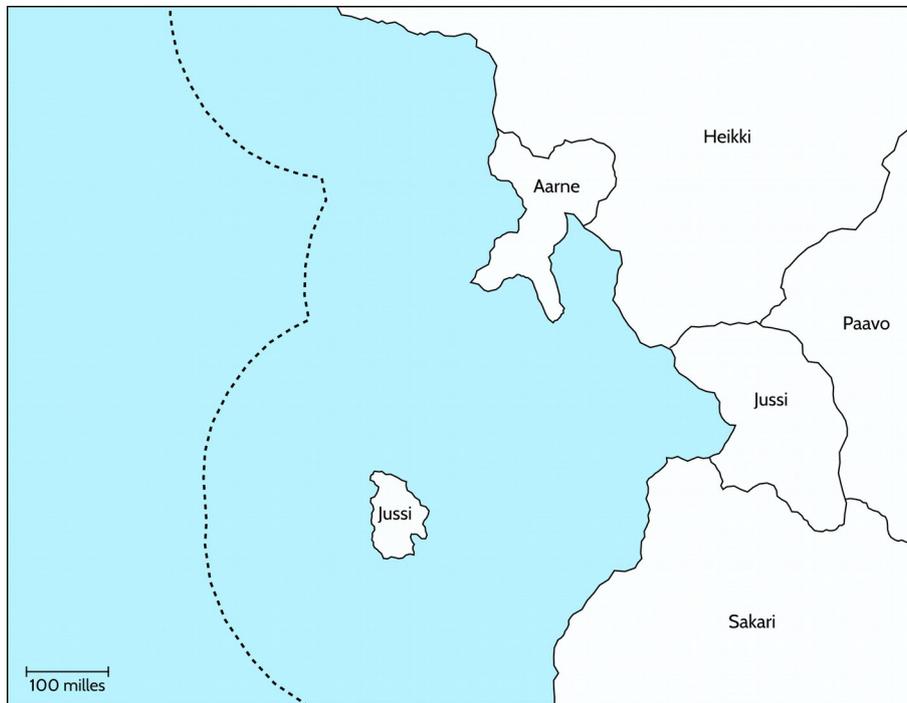


Figure 3.

Si l'on veut être rigoureux, on ne peut pas affirmer que tous les points à gauche de la frontière en pointillés dans la figure 3 sont dans les eaux internationales. En effet, on ne sait pas s'il y a des terres proches ou pas au-delà de la carte dont on dispose. Si on suppose que la mer se poursuit loin, on peut conserver cette frontière, mais si on veut considérer le *pire* des cas, il faut imaginer qu'il y a des côtes juste au bord de la carte. On peut alors tracer les disques de rayon 200 milles le long du bord de la carte pour voir ce qu'il se passe. On obtient la figure 4 avec la limite de 200 milles de ces « pires » côtes en pointillés gris².

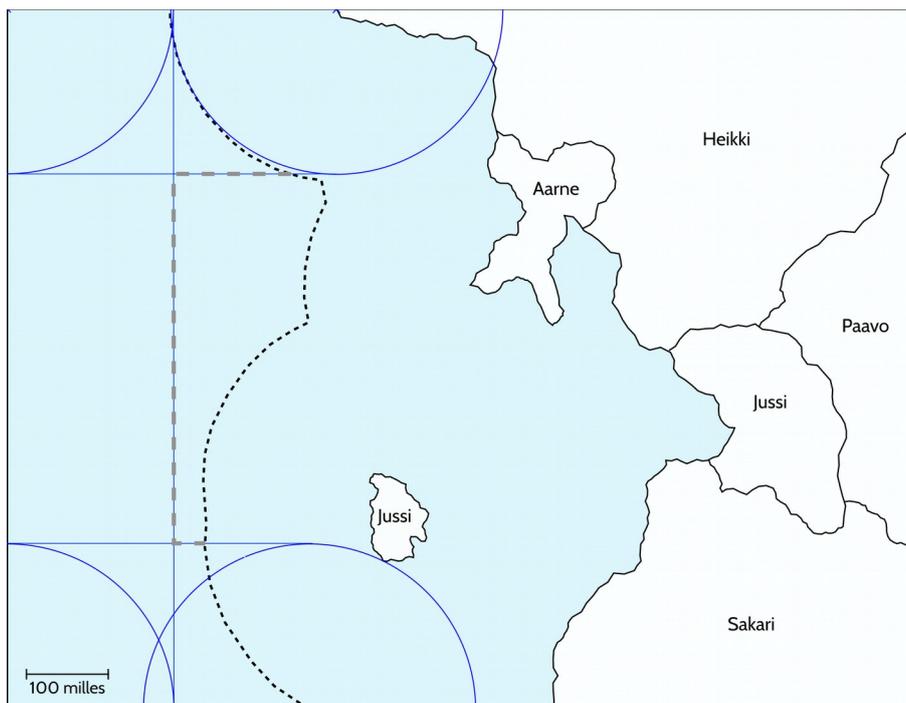


Figure 4.

Dans cette figure 4, seule la zone comprise entre les pointillés noirs et les pointillés gris est assurément dans les eaux internationales, puisqu'on est certain qu'il n'y a aucune terre à moins de 200 milles, la

2 - Remarque : Comme on suppose ces côtes rectilignes, on pourrait trouver la frontière, par morceaux, sans tracer des disques, mais en traçant des parallèles à distance 200 milles.

zone de mer à droite de la frontière en pointillés noirs est avec certitude dans les eaux territoriales, et la zone restante, à droite des pontillés noirs et des pointillés gris, a un statut qui dépend des côtes qui sont hors de la carte et qu'on ne connaît pas. En fait, dans cette dernière zone, on pourrait même avoir des eaux qui appartiennent à l'un des pays de la carte, puisque rien ne nous dit qu'ils n'ont pas d'autres terres hors de la carte. Comme on n'a pas ces informations, dans la suite, on va se contenter de trouver les frontières des eaux territoriales de chaque pays, à la droite de la frontière en pointillés noirs, c'est-à-dire dans les eaux que nous avons identifiées avec certitude comme hors des eaux internationales.

2. Partage des eaux « territoriales »

Concentrons-nous maintenant sur le problème de partage des eaux entre les pays côtiers. Pour commencer, on peut mettre de côté la question des eaux internationales et y revenir ensuite : il suffira d'enlever du partage les eaux internationales (par exemple en superposant les cartes obtenues).

La règle fixée est que dans une position donnée (un point de la mer Tyne) on est sur le territoire du pays qui a la côte la plus proche. Il s'agit donc, pour chaque point de la mer Tyne, de déterminer le point côtier le plus proche.

Si on se donne un point dans la mer, on peut donc chercher le point côtier le plus proche. On peut chercher le point le plus proche en traçant des demi-droites depuis ce point dans toutes les directions et essayer de déterminer ainsi les distances aux côtes dans différentes direction et déterminer la côte la plus proche. C'est ce que l'on a fait dans la figure 5 pour le point A, qui est le plus proche de la côte de Sakari (segment bleu), donc lorsque l'on est au point A on est dans les eaux de Sakari.

On peut aussi imaginer un cercle centré en ce point et dont on fait grandir le rayon jusqu'à ce qu'il entre en contact avec une côte. Il suffit alors d'attribuer ce point au pays à qui cette côte appartient. On peut aussi envisager de faire cela en dessinant des cercles concentriques. C'est ce que l'on a fait pour le point B, qui est donc dans le territoire de Aarne.

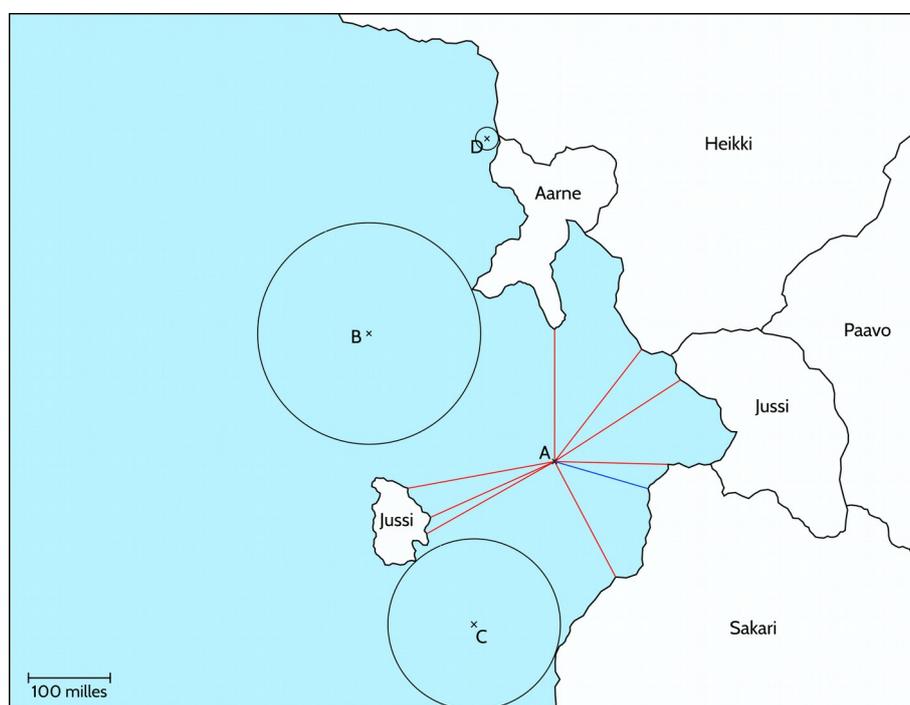


Figure 5.

Il se peut qu'il n'y ait pas qu'un seul point de côte plus proche d'une position donnée, mais plusieurs. Si

ces points de côte n'appartiennent pas tous au même pays (ou si le ou les points de côte sont pile sur une frontière entre deux pays) alors, on ne peut pas attribuer ce point à un pays et on peut penser que ce point sera un point de frontière maritime entre deux (ou plus) pays. C'est le cas des points C et D de la figure 5.

En projetant des demi-droites ou en faisant des cercles concentriques, on peut ainsi se placer à différentes positions dans la mer et déterminer dans quel territoire on se situe. On peut faire cela de façon plus ou moins organisée et avec plus ou moins de précisions. La figure 6 montre la répartition entre les pays d'un certain nombre de points de la mer.

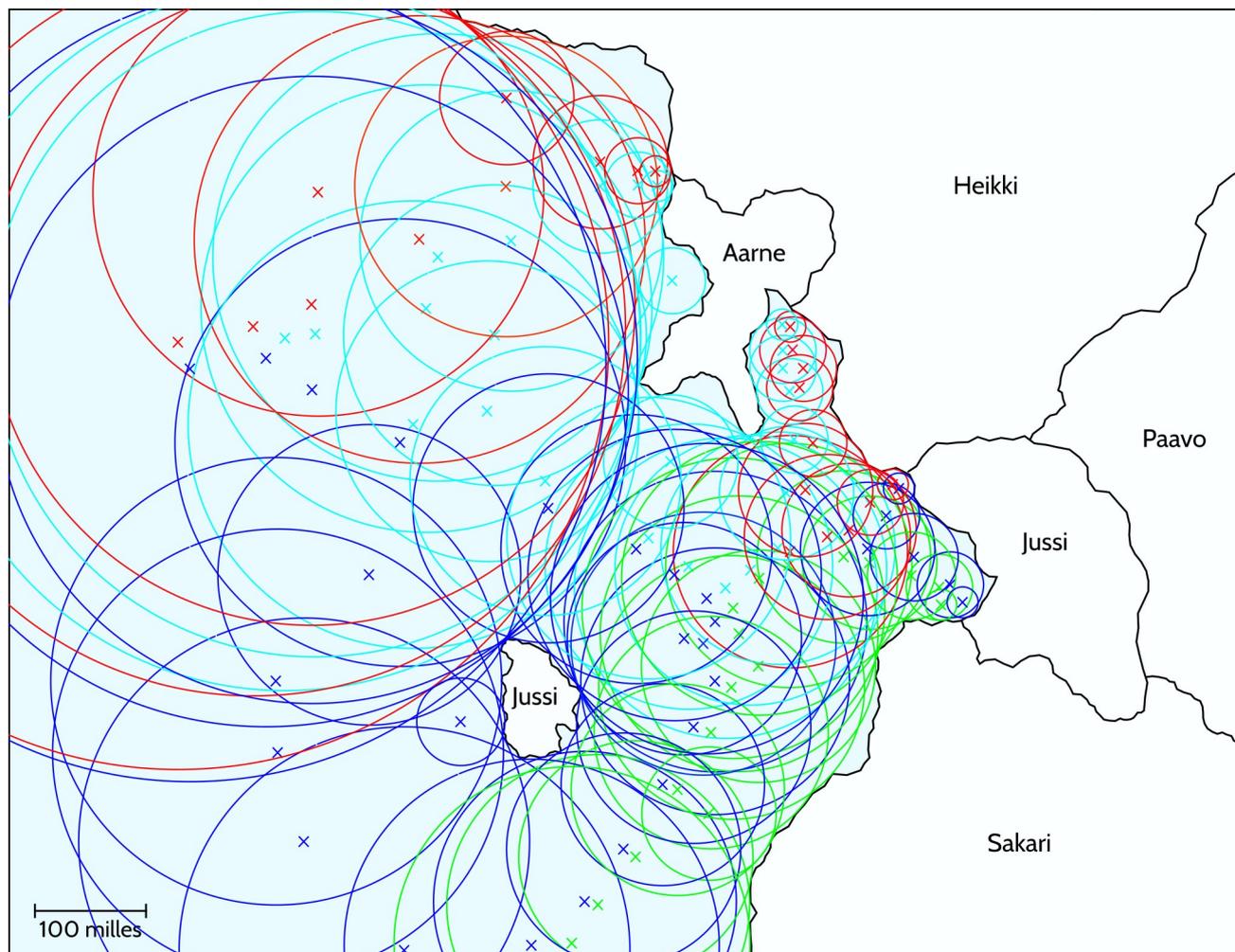


Figure 6. La couleur indique le pays dont les côtes sont les plus proches du le centre du cercle : rouge pour Heikki, bleu foncé pour Jussi, bleu clair pour Aarne, et vert pour Sakari.

En déterminant ainsi les différents territoires maritimes, les frontières qui les séparent vont apparaître, comme dans la figure 7.

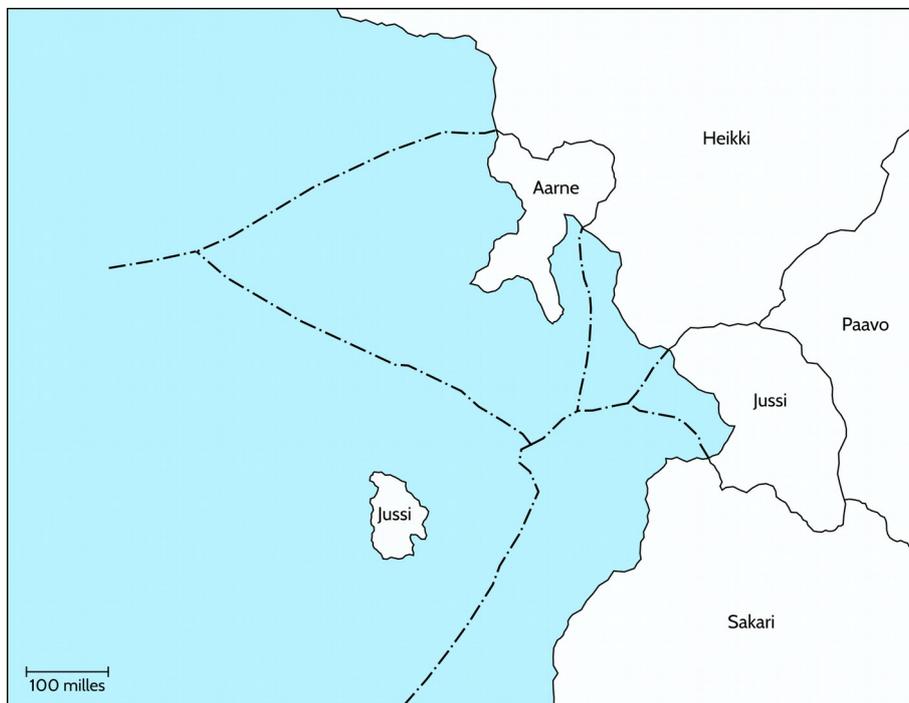


Figure 7.

Si l'on revient à la répartition de le mer en tenant compte de la délimitation des eaux internationales, on peut superposer le tracé des frontières maritimes à celui des eaux internationales, en retirant les eaux internationales du partage entre les pays côtiers. On obtient la carte en figure 8.

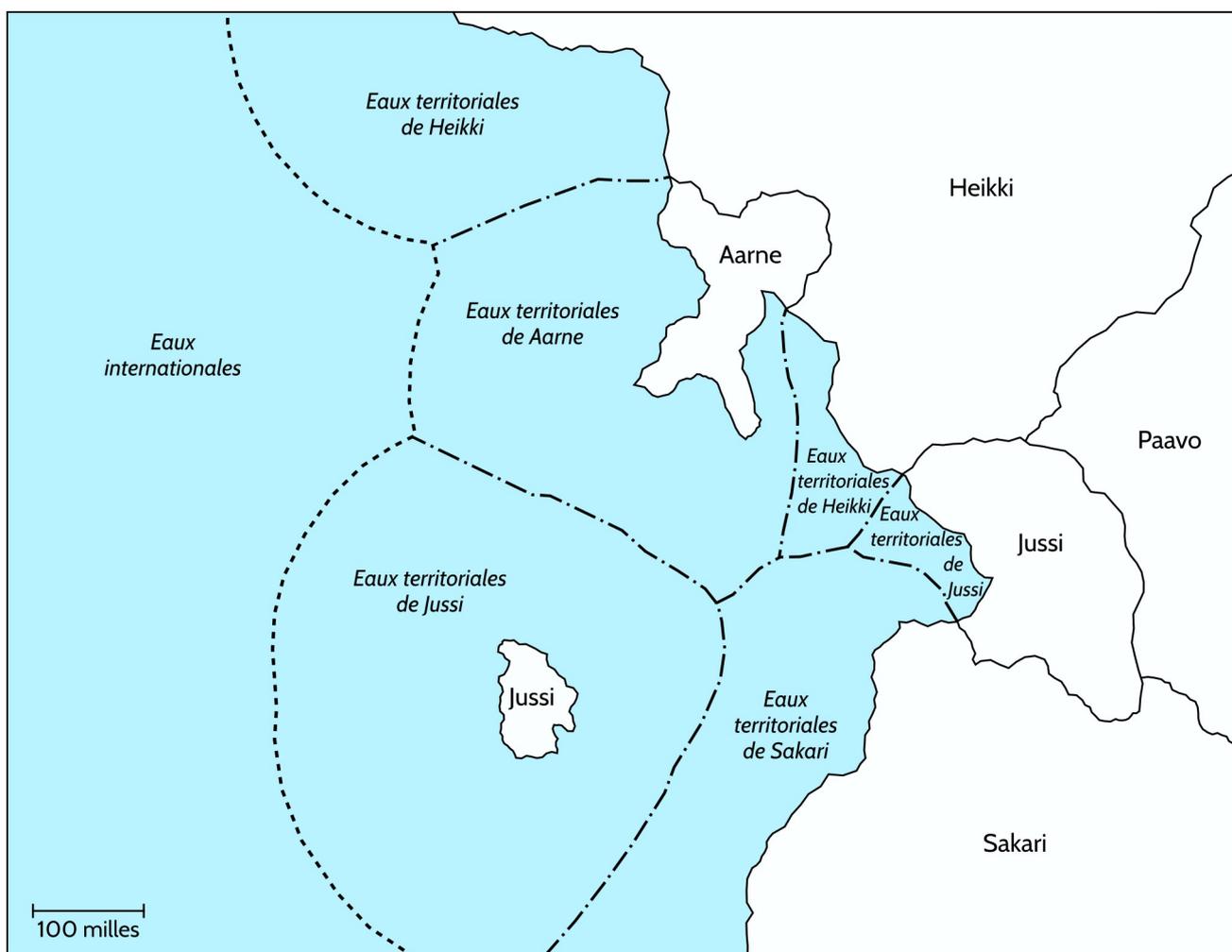


Figure 8.

Une autre approche peut être de partir des côtes et d'identifier les points de la mer se situant à une distance donnée des côtes. Par exemple, on peut faire « glisser » le centre d'un disque de rayon r le long de la côte pour identifier les zones se situant à distance inférieure à r des côtes. En faisant grandir progressivement cette distance, on peut identifier par étapes quelles parties de la mer appartiennent à quel pays. On peut par exemple tracer des lignes de distances fixes aux côtes, comme dans la figure 9a, où l'on a tracé les lignes de distances 25, 50, 75, 100, 125, 150, 175 et 200 milles des côtes (on pourrait choisir une précision plus grande). Notons que la ligne de distance 200 milles est la limite des eaux internationales, que l'on détermine ici d'une autre façon.

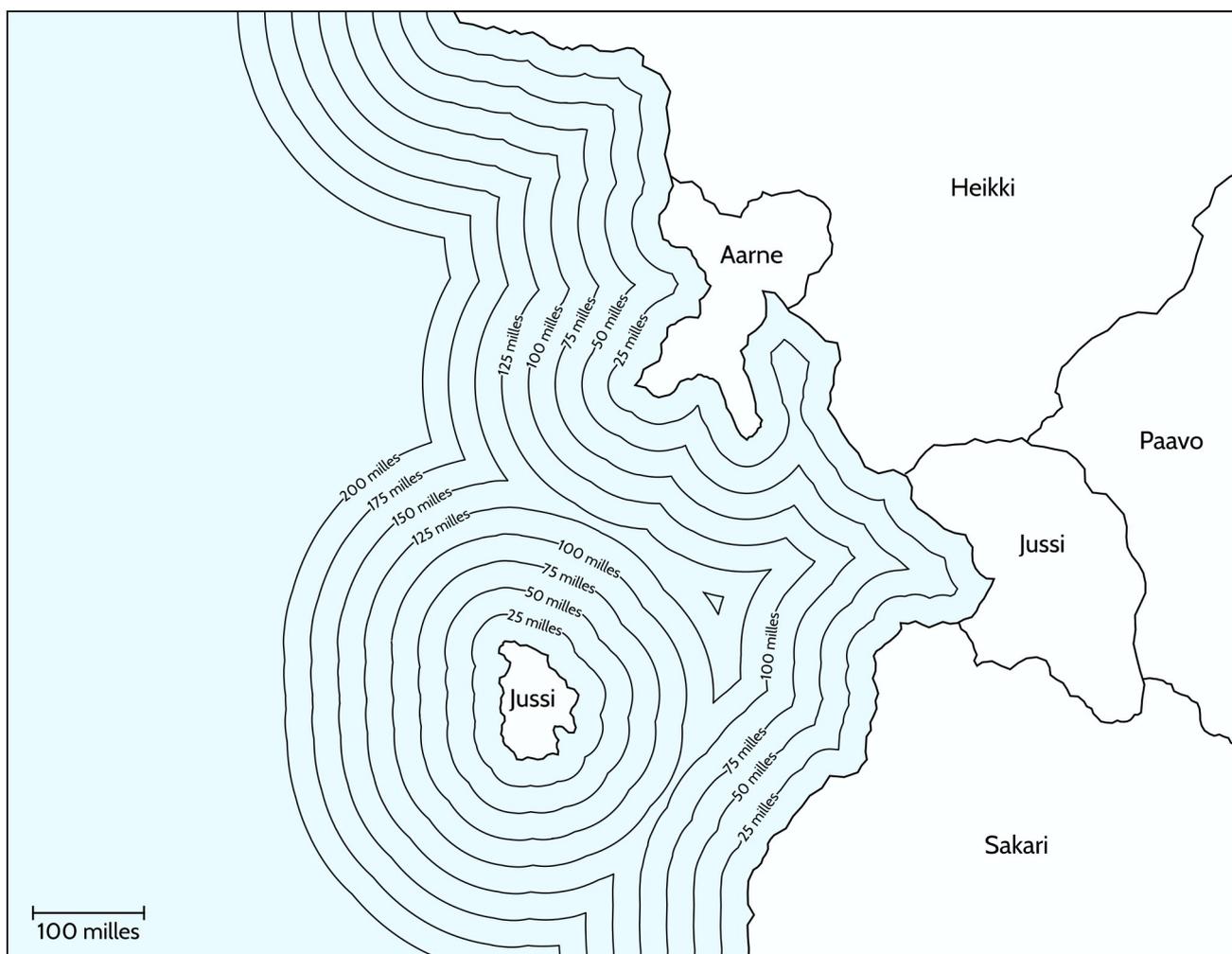


Figure 9a.

À partir d'une telle carte, on peut tracer des frontières. Il faut bien identifier dans chaque « bande » séparée par deux lignes de distance à la côte, à quel endroit on passe de la zone côtière d'un pays à celle de son voisin. Et on arrive assez bien à identifier où se situent les points équidistants de deux côtes grâce aux lignes de distance aux côtes tracées. On peut ainsi produire la répartition des eaux et le tracé des frontières de la figure 9b.

Cette solution produit une répartition des eaux de la mer Tyne avec des frontières maritimes très proches de celle déjà obtenue. Ces deux solutions sont complètement correctes et équivalentes mathématiquement, mais leur application avec des approximations engendre de légères différences de résultats en pratique.

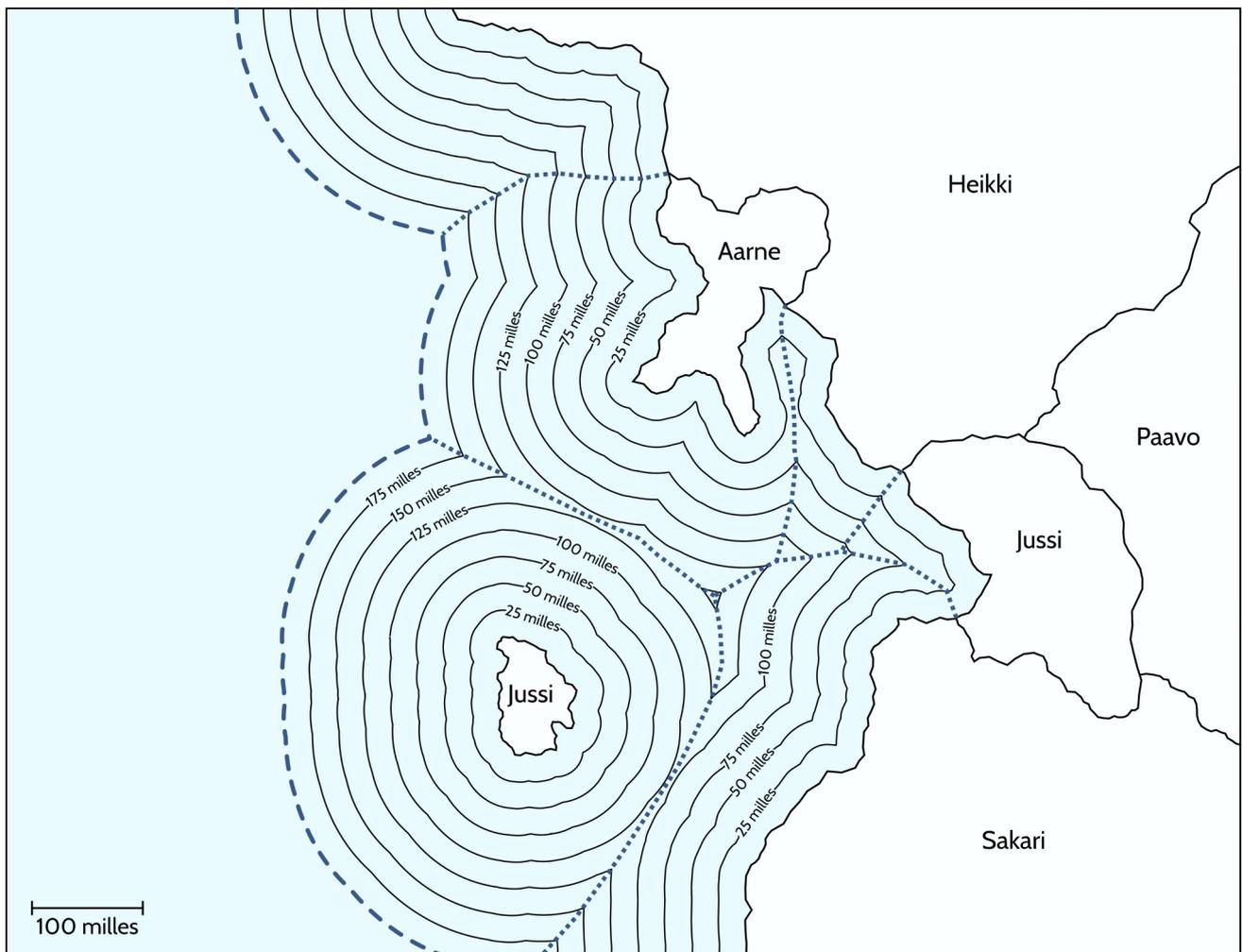


Figure 9b.

3. Retour au problème de départ

Nous avons ainsi construit des réponses au problème et déterminé, dans le cadre mathématique que nous avons fixé, les frontières maritimes des pays de la mer Tyyne.

Revenons au problème de départ, et considérons les frontières obtenues. On peut se demander si le résultat serait acceptable pour les pays concernés.

Bien sûr, Paavo pourrait réclamer une partie de la mer Tyyne, mais n'ayant pas d'accès à cette mer, on peut trouver raisonnable qu'il ne soit pas concerné.

Une autre question qui pourrait se poser est celle de l'accès aux eaux internationales sans avoir à passer dans les eaux d'un autre pays : Sakari n'a peut-être pas d'accès direct aux eaux internationales, de même que Heikki pour sa côte sud ou Jussi pour sa côte continentale.

De plus Jussi ne peut accéder aux eaux territoriales de son île depuis sa partie continentale.

Une possibilité serait de laisser un couloir d'accès aux eaux internationales, et/ou d'attribuer un couloir d'accès à Jussi pour joindre son île. De telles modifications ne relèvent pas du problème mathématisé mais d'un retour au problème réel, à partir du tracé de frontières obtenu. Dans ces négociations, les mathématiques pourront garder une place, puisqu'on peut imaginer des « échanges » entre zones qui conservent les surfaces de mer initiales de chaque pays.

La figure 10 propose un exemple d'aménagement possible des frontières qu'on a obtenu pour tenir compte des éléments de contextes mentionnés (bien d'autres aspects pourraient entrer en compte bien entendu).

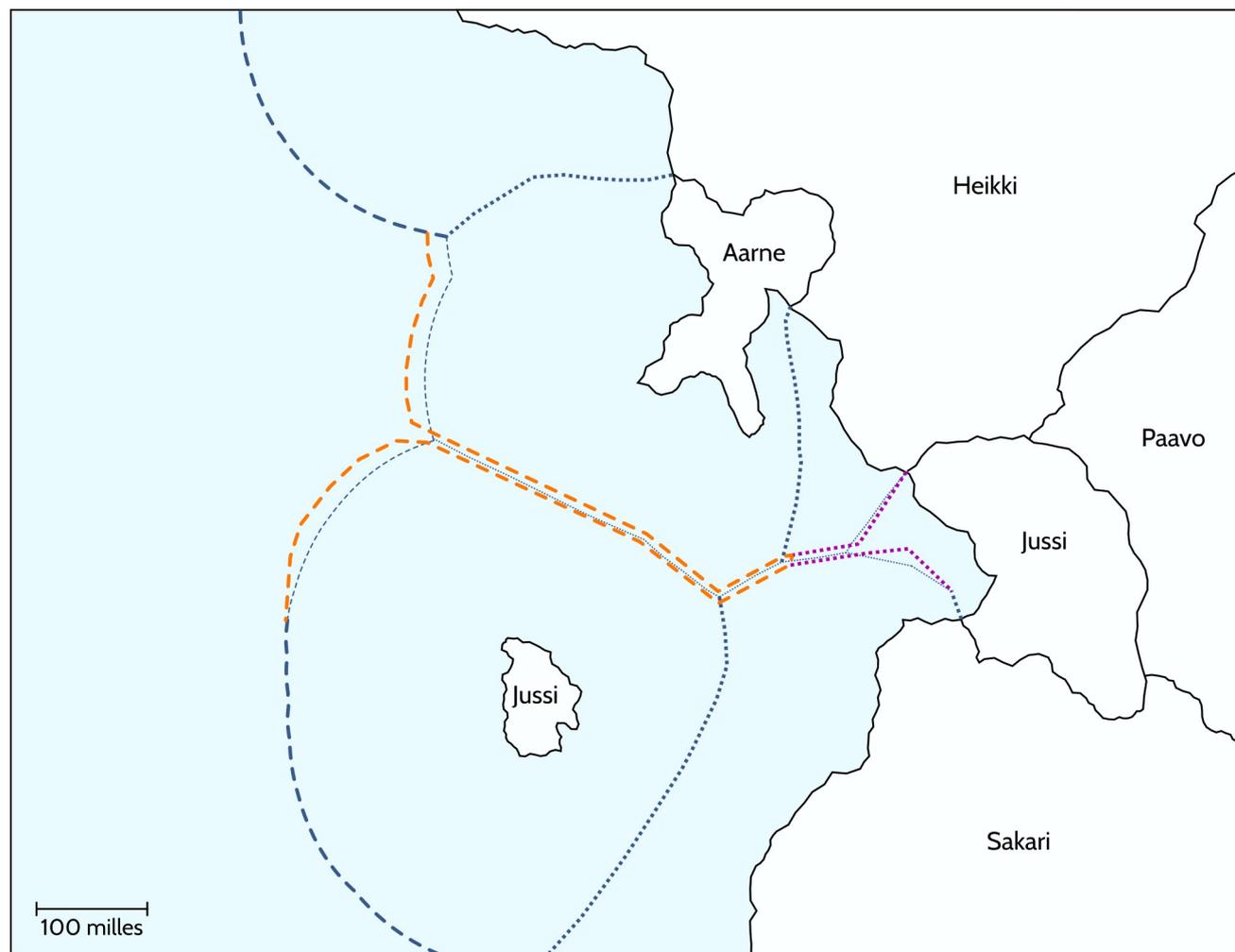


Figure 10. Une proposition d'adaptation de la carte, qui préserve les superficie de mer initiale de chaque pays, avec un couloir qui donne un accès à tous les pays aux eaux internationales, et un accès à Jussi à son île. Les frontières modifiées sont en épaisseur fine, les nouvelles frontières des eaux internationales en orange, les nouvelles frontières maritimes entre pays en violet.

4. Retour sur le modèle et le choix de modélisation

Revenons maintenant aux choix qui ont été faits pour mathématiser le problème. En particulier, nous avons choisi de traduire la demande d'un tracé « équitable » de frontière, par la règle qu'une position est dans les eaux territoriales du pays dont la côte est la plus proche.

Ce choix semble a priori raisonnable (bien que d'autres pourraient être faits), mais pourrait être discuté sur deux plans : ce choix permet-il toujours de produire des frontières ? Quelle nature géométrique ont les frontières produites ? Les frontières produites avec cette règle semblent-elles toujours assez « équitables » comme nous le voulions ? Obtient-on des répartitions « acceptables » de la mer ?

Ce choix produit-il toujours des frontières ?

On peut déjà se demander si cette règle produit une réponse unique. Si l'on prend un point de la mer, il existe bien toujours un point (ou plusieurs) le plus proche³. Si ce ou ces points appartiennent à un seul

3 - En fait, il faudrait être un peu plus précis mathématiquement, mais on peut dire que l'ensemble des distances d'un point

pays, alors on est dans le territoire de ce pays, et sinon, on est sur un point « frontière ». On voit que cette définition ne porte pas de contradiction et ne peut conduire qu'à un résultat en chaque point de la mer.

Par contre, si l'on explore différentes situations pour voir comment s'applique la règle, on peut trouver quelques cas « critiques ». Par exemple, imaginons une pointe de terre (constituée de deux côtes droites) partagée entre deux pays dont la frontière rejoint l'extrémité de la pointe (le sommet). La figure 11 représente une telle situation. On constate que l'ensemble des points de mer dont le plus proche de côte est la pointe, sont à même distance des pays A et B, et donc sont des « points frontière ». Cet ensemble de points recouvre une grande partie de la mer (en fait, le secteur d'angle compris entre les droites en pointillés bleus, qui sont les perpendiculaires respectivement aux côtes de A et de B passant par le sommet). Cette situation ne semble pas tout à fait raisonnable, et on pourrait souhaiter que la frontière entre les eaux territoriales de A et B soit définie par exemple par la bissectrice de l'angle formé par les droites en pointillés bleus.

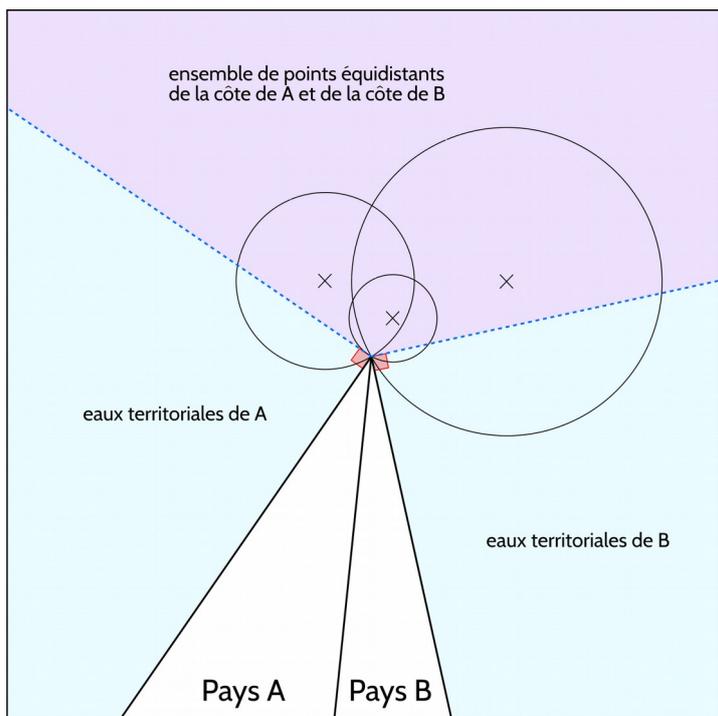


Figure 11.

Comment « préciser » les règles pour intégrer ce type de cas ? Existe-t'il d'autres situations de ce type, pour laquelle la règle n'est pas tout à fait satisfaisante ? Ce sont des pistes intéressantes à explorer...

Nature des frontières

On peut se questionner aussi sur la nature des frontières que l'on obtient, sur le plan géométrique. Des explorations de cartes plus simples, avec côtes rectilignes, ou en prenant des îles ponctuelles peut être une façon d'étudier cette question (on devine que les bissectrices des angles entre lignes de côtes, ou les médiatrices de segments formés par deux territoires ponctuels vont alors jouer un rôle important).

Mentionnons deux cas intéressants (illustrés en figure 12) :

1) A est une île ponctuelle au large de la côte de B, qui est une droite. Alors, la frontière entre A et B est une parabole.

aux points de la côte admet bien une borne *inf*, puisque minoré. Par contre, cet *inf* pourrait ne pas être atteint. Cela amène à des discussions topologiques pour préciser si les lignes de côtes font partie du pays ou pas (autrement dit, se demander si on regarde les pays comme des ouverts ou des fermés). Nous n'entrerons pas dans ces détails.

2) A est une île ponctuelle au milieu d'une mer circulaire, entièrement entourée par B. Alors la frontière entre A et B est une ellipse de foyers A et le centre du cercle, et de longueur de grand axe le rayon du cercle.

Ce genre de situation s'étudie facilement avec Géogébra. On pourrait aussi étudier d'autres situations.

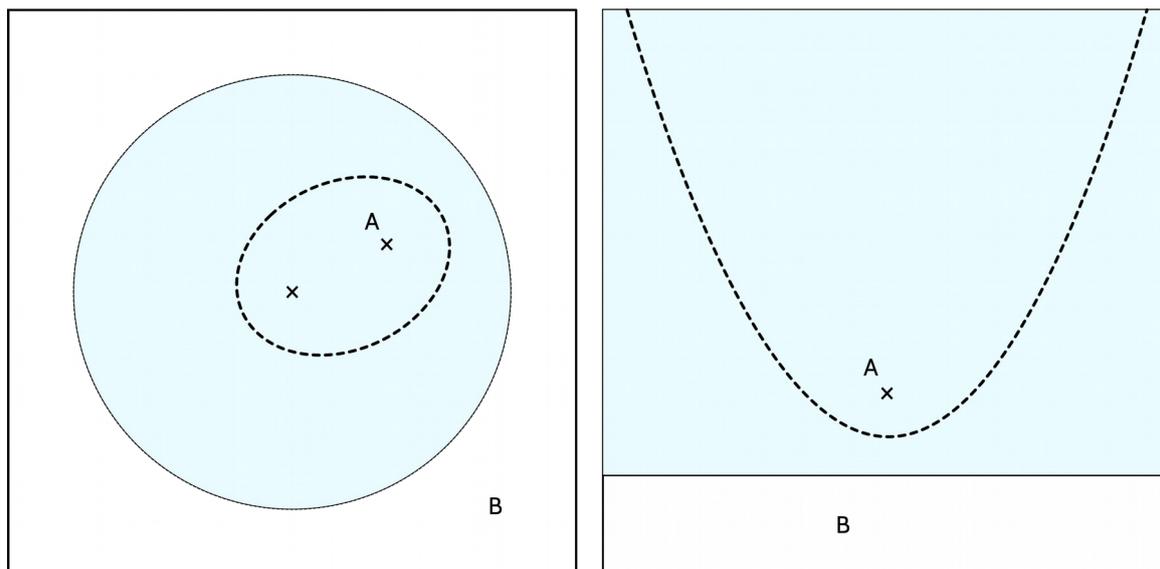


Figure 12.

Ce choix est-il « équitable »

On peut réfléchir à cette règle pour elle-même, et se demander ce qu'elle implique comme frontières maritimes, et si cela correspond toujours à quelque chose que l'on peut considérer comme équitable.

On peut déjà faire les observations suivantes :

- Le tracé des frontières terrestres n'a pas d'importance ; c'est seulement la position des points de ces frontières sur les côtes qui influence le partage des eaux territoriales.
- Les territoires maritimes des pays ne sont pas proportionnels aux superficies ou aux longueurs des côtes des pays.
- Les territoires maritimes engendrés ne dépendent que des tracés des côtes, et de leur positions les un par rapport aux autres. Par exemple, on voit bien comment l'ajout d'une toute petite île d'un autre pays peut énormément réduire les eaux territoriales d'un pays⁴, ou comment une côte très longue, mais en forme de baie, peut produire un territoire maritime peu étendu....

Ainsi, la règle retenue à l'avantage d'être acceptable sur le principe (« appartenir à celui qui est le plus proche »), et de ne pas porter de contradictions (dans des situations classiques au moins), ce qui est avantageux pour traiter des problèmes de territoires et de frontières. Un autre avantage des choix réalisés et de la règle choisie est la stabilité. Les frontières obtenues ne sont pas dépendantes de facteurs changeants au fil du temps, et cela semble un critère à prendre en compte.

Comme on l'a vu, la règle produit des frontières qui peuvent ensuite être une base pour une négociation entre pays et amener à construire une répartition des eaux « acceptable », en tenant compte d'autres facteurs mis de côté ici (accès à la mer, population, ressources, etc.).

4 - On comprend mieux pourquoi de petites îles sans ressources ni habitants peuvent être des possessions très intéressantes si l'on considère les territoires maritimes qu'elles apportent.

Sens de la règle choisie, choix « raisonnables »

Revenons un moment sur le sens de la règle choisie et certains choix d'éléments pris en compte ou mis de côté pour le partage. La règle que nous avons retenue se base uniquement sur les côtes, dans le but de savoir quelles parties de la mer appartient à qui, avec le principe que l'on est dans les eaux territoriales d'un pays, dès lors que c'est le pays le plus proche en ligne droite depuis ce point.

Mais on pourrait se dire que le point de côte le plus proche n'est pas toujours un « véritable » accès vers le pays. Ainsi, on aurait pu décider de tenir compte des ports. Bien sûr, comme on l'a noté précédemment, c'est un avantage que le tracé des frontières ne change pas lorsqu'un pays construit un nouveau port sur sa côte.

Pourtant, selon les raisons qui motivent le tracé de frontière, on peut se poser des questions. Le choix que nous avons fait est plutôt orienté vers la question des possessions maritimes. Mais imaginons que l'on se pose la question de répartir des zones de la mer dans une perspective de sauvetage en mer le plus efficace possible. Ce serait alors très raisonnable de prendre en compte les ports (et même la construction de nouveaux ports) : à une position donnée, il serait légitime de dire qu'on est dans la zone de surveillance du pays du port le plus proche (pour pouvoir aller au port au plus vite, ou pour que les secours arrivent le plus rapidement possible). Si l'on applique cette nouvelle modélisation avec cette règle, il s'agit de répartir les eaux de la mer Tyne non pas entre pays, mais entre ports, et attribuant chaque point au port le plus proche. Cela donne la répartition de la figure 13⁵.

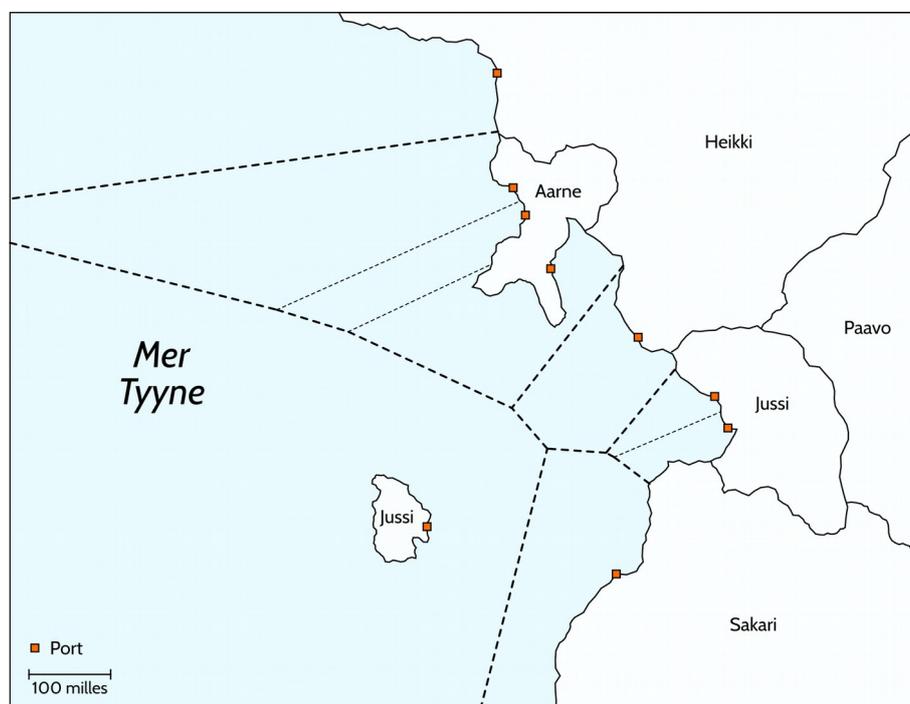


Figure 13. Répartition de « zones de sauvetage » en ne tenant compte que des distances à vol d'oiseau jusqu'aux ports.

Ainsi, en tenant compte de la nature des frontières recherchées, mais aussi de point de vue sur la gestion des possessions maritimes, on voit que d'autres choix d'interprétation du problème initial seraient possibles. On pourrait aussi choisir, par exemple, de faire entrer certains aspects géographiques, géologiques ou écologiques de la mer Tyne et de ses côtes...

5 - Notons qu'on se ramène à un problème proche du précédent, en considérant des pays « ponctuels » représentés par les ports : il s'agit de faire un partage entre zones de points les plus proches de chaque port, mais en tenant compte des obstacles de terre qui peuvent exister (par exemple, pour partager entre les deux ports les plus au sud de Aarne ou entre les ports de Aarne et de Heikki, il faut prendre en compte le contournement des « péninsules », ou encore pour tenir compte de la position du port de l'île de Jussi à l'est de l'île). On pourrait aussi appliquer l'approche par « lignes de distance » comme on l'a fait en figure 9a, en partant de chaque port.